VII.- SOMBRAS Y APANTALLAMIENTOS

pfernandezdiez.es

En los campos de heliostatos se pueden originar unos efectos de sombras y apantallamientos, originadas en un espejo cualquiera por sus espejos vecinos, dándose los siguientes casos:

a) Un espejo puede quedar sombreado por otro vecino que intercepte parcialmente los rayos solares incidentes, de forma que una parte del espejo considerado queda inutilizada para la reflexión en un momento dado; en la Fig VII.1 se corresponde con el área (SgEmS).

b) Un espejo puede recibir en su superficie la luz solar, total o parcialmente, pero podrá estar apantallado en la luz que refleja hacia lo alto de la torre por los espejos vecinos situados entre él y la torre; en la Fig VII.1 se corresponde con el área (SiFnS).

VII.1.- SOMBRAS PROYECTADAS SOBRE EL PLANO DEL TERRENO

Para analizar estos efectos, consideraremos en primer lugar cómo se proyecta la sombra (RABO) de la Fig VII.1 originada por el espejo (RCDO) sobre el plano horizontal del terreno; a esta sombra proyectada habrá que superponer el efecto del apantallamiento proyectado también sobre el plano horizontal (RaboR), en el supuesto de que en lo alto de la torre se tuviese un foco ficticio de luz, que al iluminar el espejo proyectará su sombra sobre el terreno.

Además se puede considerar que los espejos son relativamente pequeños en comparación con la distancia de los mismos a lo alto de la torre, y por lo tanto, que los rayos ficticios que pasan por los vértices del espejo considerado son paralelos a la línea que une el centro del receptor con el centro del espejo.

De acuerdo con la Fig VII.1, consideraremos un espejo rectangular único, de anchura, (RC) = l , y longitud, (RO) = L, dos de cuyos lados siempre serán paralelos al terreno estando el (RO) sobre el plano horizontal del mismo.

El centro de este espejo quedará perfectamente localizado por los ángulos θ_t y β_t de forma que en todo momento pueda estar relacionado con los ángulos que dan la posición del Sol θ_s y β_s viniendo especificada la orientación del espejo por los ángulos θ_n y β_n que proporcionan las ecuaciones de dirección.

Las sombras y apantallamientos proyectados sobre el plano del terreno tienen forma de paralelogramos, Fig VII.1.2, de modo que el apantallamiento horizontal vendrá dado por el paralelogramo (RaboR), y la sombra solar horizontal por el paralelogramo (RABOR); la proyección del espejo sobre el plano horizontal que pasa por su base queda determinada por el área (RMJOR).

Para poder visualizar en forma efectiva los fenómenos de sombra y/o apantallamiento sobre el plano horizontal del terreno, y poder determinar el tamaño exacto de estas proyecciones (Rabor) y (RABOR) sólo se ha representado el lado de los espejos que está en contacto con el plano horizontal, uno de ellos, el del anillo i dado por (RO), y el otro, el del anillo j, dado por (SP), base paralela a la anterior, de la misma longitud, situada a una distancia, D = (OP), de la primera.

De esta forma, el espejo de base (SP) puede estar sometido a efectos de sombra y/o apantallamiento por el espejo de base (RO); para poder hacer medidas introduciremos a su vez la Fig VII.3, que indica la continuidad de las sombras y apantallamientos, y la Fig VII.4 que permite introducir otras dos vistas de los espejos y sus sombras, dadas las Fig VII.5,6,7.

Según la Fig VII.4, en la que se ha representado sólo el efecto de sombra, proyectamos el triángulo (GHC) contenido en el plano vertical que a su vez contiene a $\bar{s}$, sobre el plano normal al espejo E, obteniéndose el triángulo (G'H'C); al proyectar el ángulo cenital θ_s sobre el plano normal al espejo, resultará un ángulo de perfil θ_{sp} dado por:

$$\text{área}\,(GHC)\cos\beta_{sn} = \text{área}\,(G'H'C)$$

$$\left.\begin{aligned}\text{área}\,(GHC) &= \frac{(HG)^2}{2}\,tg\,\theta_s \\ \text{área}\,(G'H'C) &= \frac{(H'G')^2}{2}\,tg\,\theta_{sp}\end{aligned}\right\}\ \text{y como: } (HG) = (H'G') \quad \Rightarrow \quad tg\,\theta_s\ \cos\beta_{sn} = tg\,\theta_{sp}$$

Teniendo en cuenta una construcción similar, se obtiene la proyección del ángulo θ_s sobre la proyección vertical del espejo que llamaremos θ_{sf} y que la proporciona la vista frontal de la Fig VII.5, en la forma:

$$tg\ \theta_{sf} = tg\ \theta_s\ sen\,(\beta_s - \beta_n)$$

y, en consecuencia, para determinar la distancia X_{es} perpendicular al lado horizontal de espejo (RO), según la vista lateral correspondiente a la Fig VII.5 resulta:

$$X_{es} = (OH) = (OB)_{proy} = (OJ) + (JH) = \left|\begin{array}{l}(OJ) = l\cos\theta_s \\ (JH) = (JD)\,tg\,\theta_{sp} = l\,sen\,\theta_n tg\,\theta_{sp}\end{array}\right| =$$

$$= l\,(\cos\theta_n + sen\,\theta_n\ tg\,\theta_{sp}) = l\,\{(\cos\theta_n + sen\,\theta_n\ tg\,\theta_s\ \cos(\beta_s - \beta_n)\}$$

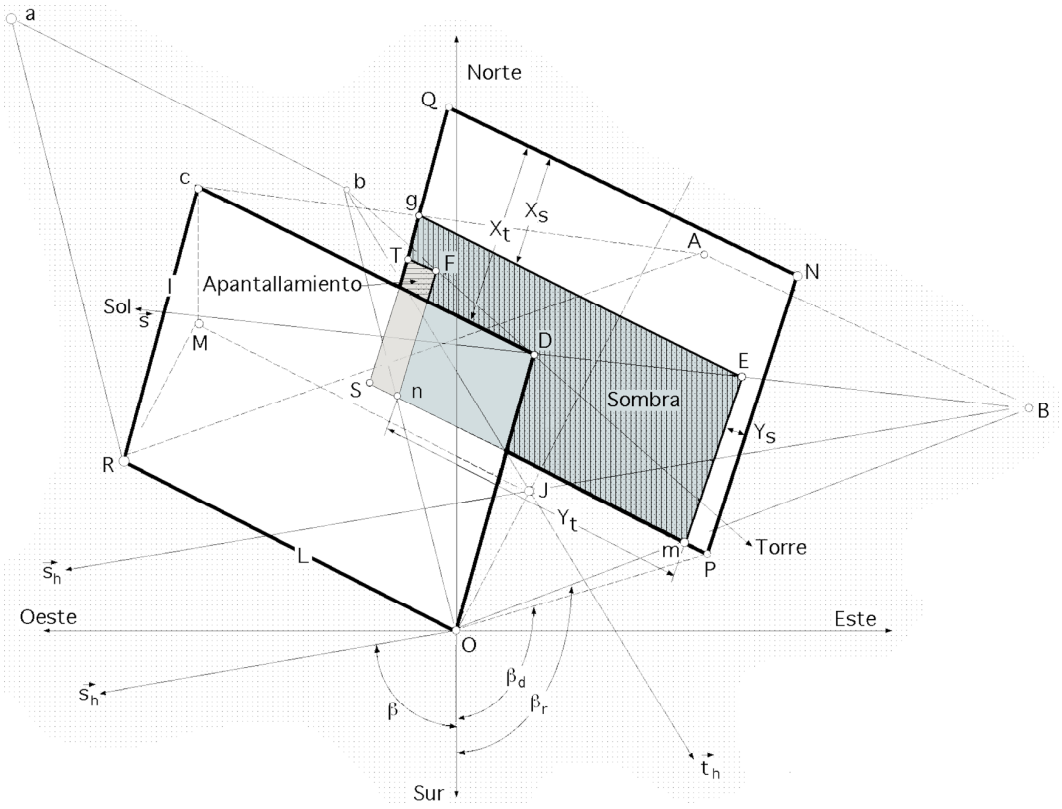


Fig VII.1.- Sombras y apantallamientos sobre espejos

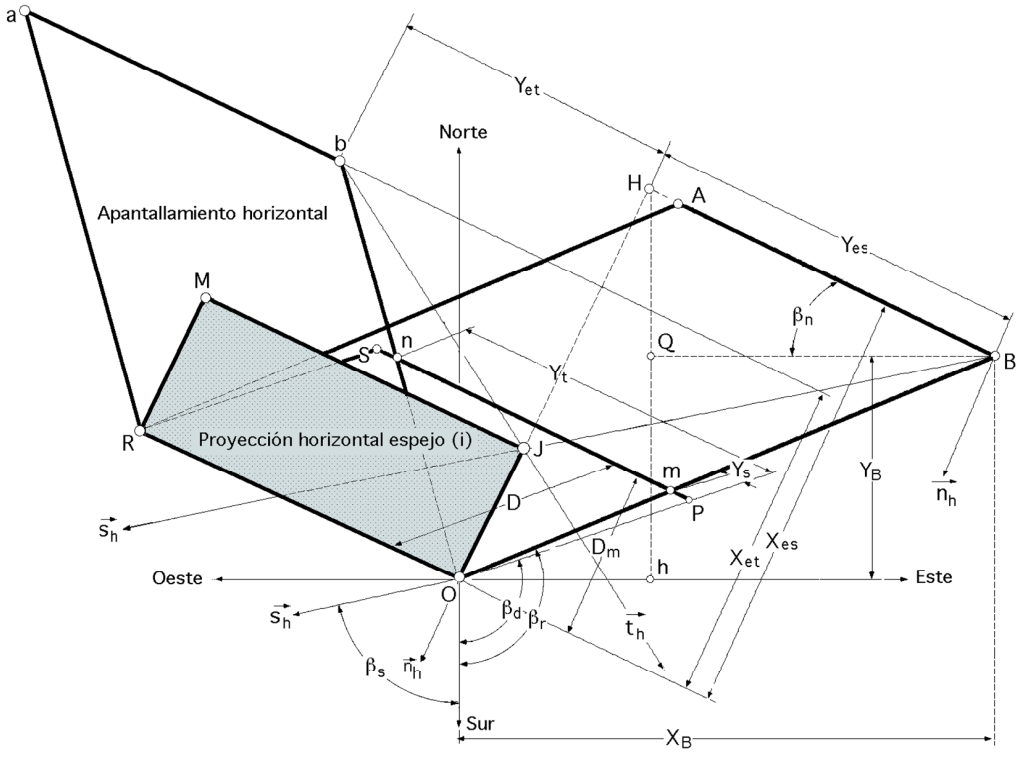


Fig VII.2.- Sombras proyectadas sobre el plano del terreno

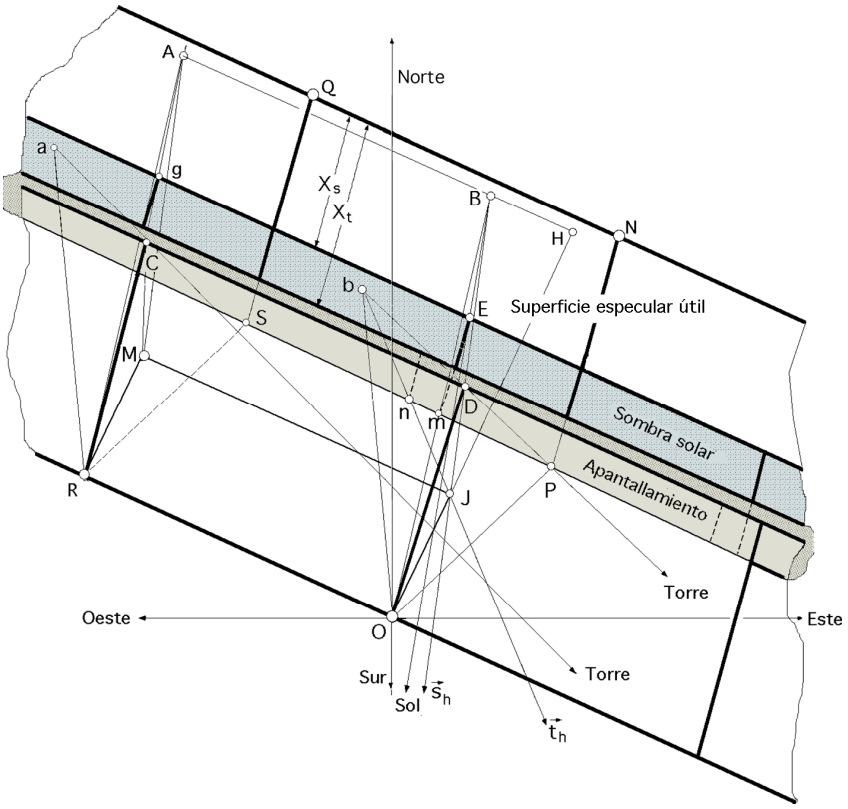


Fig VII.3.- Sombras y apantallamientos sobre un anillo continuo

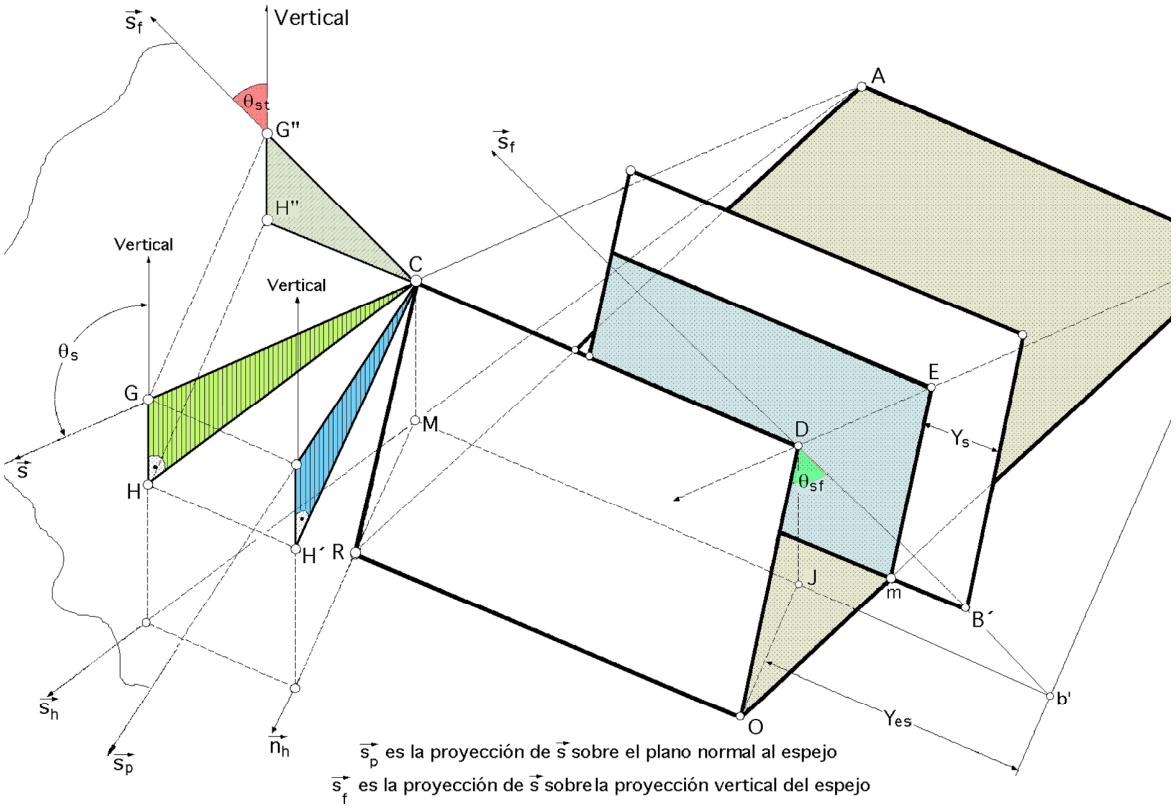


Fig VII.4.- Diversas proyecciones del vector $\vec{s}$

Por lo que respecta a la posición del punto B, viene determinada en la Fig VII.2 por la distancia (HB) y según las Fig VII.4 y 5, por:

$$(HB) = Y_{es} = l\ sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_{sf} = l\ sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_s\ \ sen\ (\beta_s - \beta_n)$$

$$\begin{cases} X_B = l\ (cos\ \theta_n\ \ sen\ \beta_n + sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_s\ \ sen\ \beta_s) \\ Y_B = l\ (cos\ \theta_n\ \ cos\ \beta_n + sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_s\ \ cos\ \beta_s) \end{cases}$$

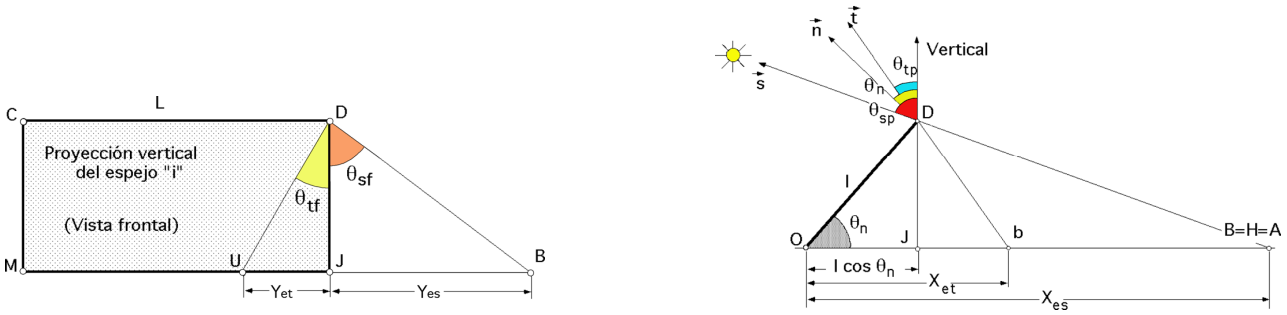


Fig VII.5.- Vistas frontal y de perfil de la proyección vertical del espejo

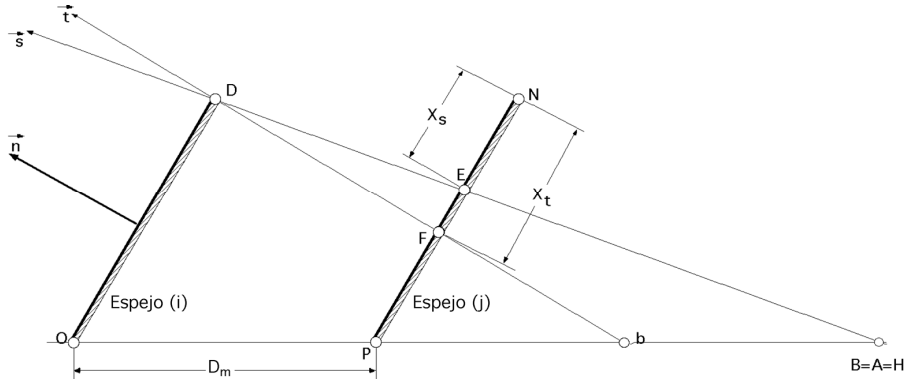


Fig VII.6.- Proyecciones solares de un espejo sobre otro contiguo y sobre el terreno

Haciendo un desarrollo similar se encuentra que los vértices de la proyección del apantallamiento de la torre sobre el plano horizontal, puntos *a* y *b*, interpretados como la sombra ficticia producida por el foco imaginario de luz situado en lo alto de la torre, se obtienen cambiando los subíndices de X_{es} por X_{et}, y los de Y_{es} por Y_{et}:

$$\begin{cases} X_{et} = l\ (cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_{tp}) = l\ (cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_t\ \ cos\ (\beta_t - \beta_n) \\ Y_{et} = l\ sen\ \theta_s\ \ tg\ \theta_{tf}\ = l\ sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_t\ \ sen\ (\beta_t - \beta_n) \end{cases}$$

Los puntos A y B estarán sobre líneas paralelas al vector $\vec{s}$, mientras que los puntos *a* y *b* estarán sobre líneas paralelas al vector $\vec{t}$ las cuales pasarán por los vértices superiores del espejo C y D; como los vectores $\vec{s}$ y $\vec{t}$ están relacionados entre sí por las ecuaciones de dirección de los espejos, las sombras producidas por el Sol y por el foco ficticio de la torre, tendrán también una cierta dependencia.

En efecto:

$$\vec{n}\,\vec{s} = \cos\theta_n\ \cos\theta_s + \operatorname{sen}\theta_n\ \operatorname{sen}\theta_s\ \cos(\beta_s - \beta_n) = \cos\theta_s\ X_{es} = \vec{n}\,\vec{t} = \eta_e$$

En la misma forma para:

$$\vec{n}\,\vec{t} = \cos\theta_t\ \cos\theta_n + \operatorname{sen}\theta_t\ \operatorname{sen}\theta_n\ \cos(\beta_n - \beta_t) = \cos\theta_t\ X_{et} = \eta_e$$

$$\textit{por lo que:}\ \begin{cases} \dfrac{X_{et}}{X_{es}} = \dfrac{\cos\theta_s}{\cos\theta_t} = p = \dfrac{1}{\eta_s} \\ \dfrac{Y_{et}}{Y_{es}} = \dfrac{-\cos\theta_s}{\cos\theta_t} = -p = \dfrac{-1}{\eta_s} \end{cases}$$

resultado que permite compendiar todos los efectos de sombra y apantallamiento, para un campo ideal y continuo de heliostatos, en un resultado único, cuyo análisis e interpretación conduce a las siguientes conclusiones:

- El parámetro p proporciona una idea sobre la magnitud y extensión de las sombras, tanto la real solar, como el apantallamiento

Cuando se cumpla que $p < 1$; $\cos\theta_s < \cos\theta_t$; $\eta_s > 1$, $\theta_t < \theta_s$, *la sombra solar será más grande que el apantallamiento y éste quedará dentro de ella*

Cuando se cumpla que $p > 1$; $\cos\theta_s > \cos\theta_t$; $\eta_s < 1$, $\theta_t > \theta_s$, *la sombra solar será más pequeña que el apantallamiento*

- Los cálculos se pueden realizar teniendo en cuenta un único modelo de sombras, por cuanto existe una relación entre ellas a través del parámetro p

- En el campo continuo de heliostatos, sólo predominará un tipo de sombras, y aunque la otra también estará presente, siempre quedará dentro del campo de la predominante, y por lo tanto, no se tendrá en cuenta

- En los campos discontinuos los dos fenómenos están presentes, pudiendo existir solape o no

VII.2.- SOMBRAS PROYECTADAS SOBRE LA SUPERFICIE DE UN ESPEJO VECINO PARALELO

El cálculo que se ha desarrollado, relativo a las sombras proyectadas por un espejo sobre un plano horizontal que coincide con el terreno, servirá de referencia para el estudio de las sombras proyectadas por este espejo sobre sus vecinos. Para ello se considerará un segundo espejo, de dimensiones idénticas al anteriormente estudiado; llamando D a la distancia radial entre los centros de sus bases, sobre este espejo se reproducen los efectos de sombra y apantallamiento originados por el primero. La línea que une los puntos O y P la consideraremos definida respecto a la dirección Norte-Sur por el ángulo acimutal β_d, según las Fig VII.1.2.3.4.

Como es lógico este segundo espejo podrá estar parcialmente sombreado, y/o apantallado; la unión de las líneas de apantallamiento y de sombra solar constituirá la sombra total, cuyo área complementaria será la superficie especular disponible y efectiva; cuando los puntos *a, b,* A y B estén comprendidos dentro del espacio sobre el terreno que separa los dos espejos, no habrá sombras ni apantallamientos. Para obtener este área de exposición volveremos a examinarlas vistas lateral y de planta de los espejos; según la Fig VII.2, los espejos estarán separados la distancia mínima D_m, contenida en la intersección de un plano normal al espejo con el plano del terreno, de la forma:

$$D_m = D\ cos\ (\beta_n - \beta_d)$$

La mayor magnitud que está expuesta al Sol para el caso de sombra solar es X_s, viniendo dado su valor por:

$$\frac{X_s}{D_m} = \frac{l}{X_{es}} \quad ; \quad l\ D_m = X_s\ X_{es}$$

$$X_s = \frac{l\ D_m}{X_{es}} = \left| X_{es} = l\ (cos\ \theta_n + sen\ \theta_n tg\ \theta_{sp}) = l\ \{(cos\ \theta_n + sen\ \theta_n tg\ \theta_s\ cos\ (\beta_s - \beta_n)\} \right| =$$

$$= \frac{D\ cos\ \beta_{nd}}{cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_s\ cos\ (\beta_s - \beta_n)}$$

que es un caso de sombra parcial para: $D_m < X_{es}$

Cuando se cumpla que: $X_s = l$*, no habrá sombra solar, siendo entonces* $D_m > X_{es}$

En la misma forma para el apantallamiento, el valor de X_t viene dado por:

$$\frac{X_t}{D_m} = \frac{l}{X_{et}} \quad ; \quad X_t = \frac{l\ D_m}{X_{et}}$$

Cuando se cumpla que $X_t = l$*, no existe apantallamiento, siendo entonces:* $D_m > X_{et}$

Dividiendo las ecuaciones anteriores entre sí, se obtiene:

$$\frac{X_t}{X_s} = \frac{X_{es}}{X_{et}} = \frac{1}{p}$$

por lo que para: $\begin{cases} D_m < p\ X_{es} \quad ; \quad X_t = \dfrac{X_s}{p} \\ D_m > p\ X_{es} \quad ; \quad X_t = 1 \end{cases}$

La expresión de X_t se puede poner en la forma:

$$X_t = \frac{l\ D_m}{X_{et}} = \frac{D\ cos\ \beta_{nd}}{p\ \{cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_s\ cos\ (\beta_s - \beta_n)\}}$$

A su vez, las distancias correspondientes a las exposiciones laterales Y_s e Y_t vienen definidas de acuerdo con la Fig VII.1 en el triángulo (mPO), y en el triángulo (PnO), obteniéndose:

$$\frac{Y_s}{sen\ (\beta_r - \beta_d)} = \frac{D}{sen\ (90 + \beta_m)} = \frac{D}{cos\ \beta_m} = \left| \beta_m = 180 - \beta_r - \beta_n \right| = \frac{-D}{cos\ (\beta_r + \beta_n)}$$

$$\frac{Y_t}{sen\ (2\ \beta_m + \beta_r - \beta_d)} = \frac{D}{cos\ \beta_m} = \frac{D}{cos\ (\beta_r + \beta_n)}$$

Dividiéndolas miembro a miembro resulta:

$$\frac{Y_s}{Y_t} = \frac{-\ sen\ (\beta_r - \beta_d)}{sen\ (2\ \beta_n + \beta_r + \beta_d)}$$

que es la relación existente entre los efectos tipo *Y* correspondientes a las sombras y apantallamientos.

Para determinar el valor de β_d partiremos de dos heliostatos paralelos, haciendo las siguientes consideraciones:

- *Campo continuo de heliostatos, en el que la separación entre anillos es l*
- *Campo discontinuo de heliostatos, en el que la separación entre anillos es 2 l*

Para el campo continuo de heliostatos, definiremos las coordenadas del punto I' por (x_0,y_0) y las del punto P por (x_p,y_p), según se indica en las Fig VII.7 y 8; así se tiene:

$$x_0 = (r_i - \frac{l}{2}\ cos\ \theta_{ni})\ sen\ \beta_{ti} - \frac{L}{2}\ cos\ \beta_{ti} = \left| r_i = H\ tg\ \theta_{ti} \right| = (H\ tg\ \theta_{ti} - \frac{l}{2}\ cos\ \theta_{ni})\ sen\ \beta_{ti} - \frac{L}{2}\ cos\ \beta_{ti}$$

$$y_0 = -\ (H\ tg\ \theta_{ti} - \frac{l}{2}\ cos\ \theta_{ni})\ cos\ \beta_{ti} - \frac{L}{2}\ sen\ \beta_{ti}$$

Como la distancia mínima entre anillos es *l*, el radio del anillo *j*, será:

$$r_i = r_j + l = H\ tg\ \theta_{tj}$$

$$\begin{cases} x_p = (H\ tg\ \theta_{tj} - \frac{l}{2}\ cos\ \theta_{nj})\ sen\ \beta_{tj} - \frac{L}{2}\ cos\ \beta_{tj} \\ y_p = (H\ tg\ \theta_{tj} - \frac{l}{2}\ cos\ \theta_{nj})\ cos\ \beta_{tj} - \frac{L}{2}\ sen\ \beta_{tj} \end{cases}$$

y, por lo tanto, se puede poner:

$$\frac{y_p - y_0}{x_p - x_0} = tg\ (\beta_d - 90°) = \frac{-1}{tg\ \beta_d}$$

resultando, según la Fig VII.4:

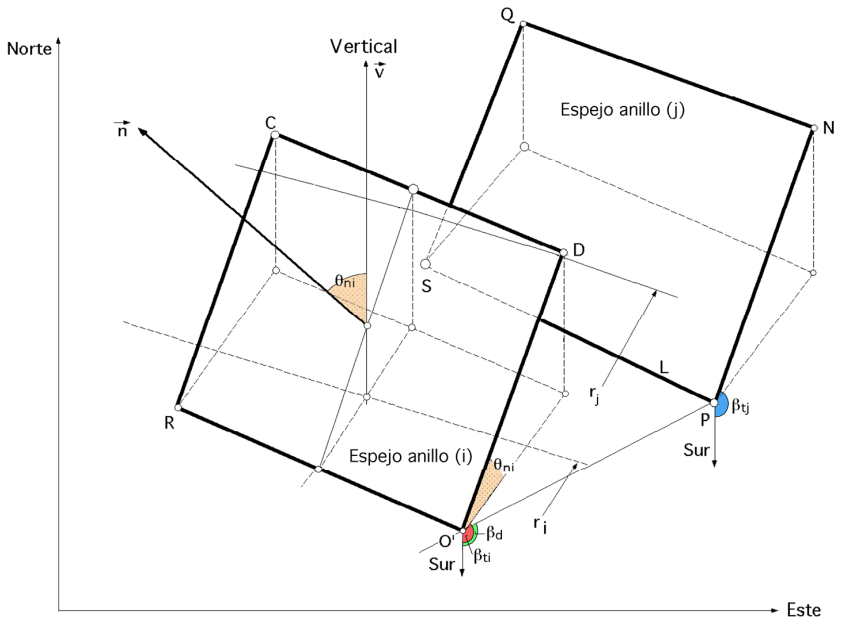


Fig VII.7.- Proyecciones de sombras espaciales entre espejos vecinos

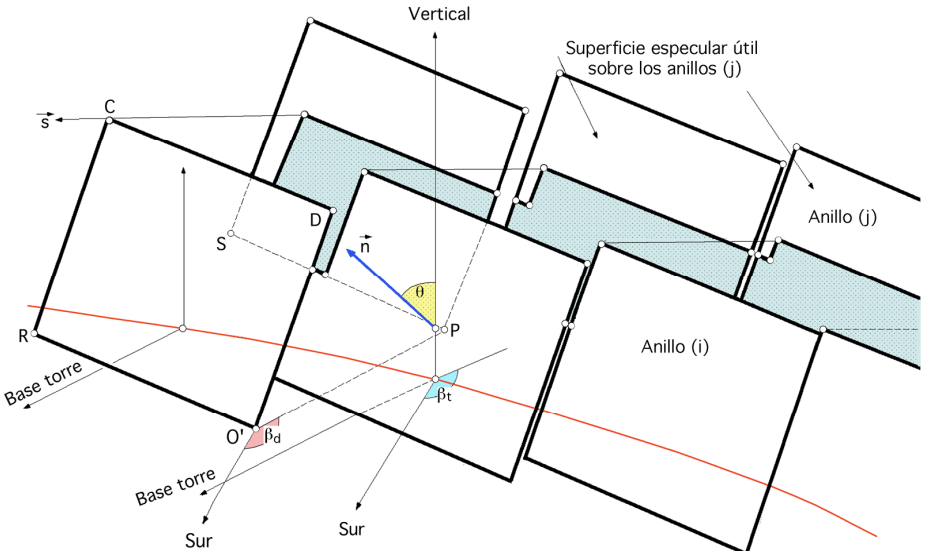


Fig VII.8.- Superficie especular útil sobre un anillo de espejos cualquiera

$$\beta_r = \beta_x + 90 \;\; ; \;\; tg\ \beta_r = tg\ (\beta_x + 90) = \frac{-1}{tg\ \beta_x} = -\frac{X_B}{Y_B}$$

Para el campo discontinuo de heliostatos, en el que la separación entre anillos es $2\ l$ resulta:

$$r_j = r_i + 2\ l = H\ tg\ \theta_{ti} + 2\ l = H\ tg\ \theta'_{tj}$$

y, en consecuencia, se podrán utilizar las ecuaciones anteriormente deducidas, introduciendo en los ángulos el signo (´) para diferenciarlos.

Efecto coseno.- Para determinar el área efectiva del espejo, que en condiciones ideales coincidirá con la energía solar reflejada hacia el receptor, haremos uso de un factor de utilización F_u defini-

do en la forma:

$$F_u = \frac{\eta_s}{\eta_e} \cos\theta_s = \frac{\cos\theta_t}{\sqrt{\frac{1 + \cos\theta_s \cos\theta_t + sen\,\theta_s\ sen\,\theta_t \cos\beta_{ts}}{2}}}$$

que depende de la zona del campo en la que se encuentre el espejo, y del factor de rendimiento especular dado por la ecuación:

$$\eta_e = \cos\theta_s X_{es} = \cos\theta_t X_{et}$$

Introduciendo el concepto de efecto coseno del campo especular, que llamaremos k_s ó k_t, se puede conocer la fracción de energía solar que será posible enviar al receptor, cuando predomine un tipo cualquiera de sombras.

Para el caso en que se produzca sombra solar $\eta_s = 1$, el factor de utilización máximo es:

$$F_{u(máx)} = \frac{\eta_s}{\eta_e} \cos\theta_s = \frac{\cos\theta_t}{X_{es}\cos\theta_s} = \frac{1}{X_{es}}$$

y el efecto coseno:

$$k_s = \frac{\eta_e}{X_{es}} = \cos\theta_s$$

Cuando se produce el apantallamiento $\eta_s < 1$, el factor de utilización máximo es:

$$F_{u(máx)} = \frac{\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_s}}{X_{es}\cos\theta_s} \cos\theta_s = \frac{1}{X_{et}}$$

y el efecto coseno:

$$k_t = \frac{\eta_e}{X_{et}} = \cos\theta_t$$

Estos resultados son fundamentales para el estudio de sombras y apantallamientos, ya que según se esté en presencia de uno u otro tipo de sombras, el efecto coseno, corrector de la energía que es posible enviar al receptor, será sólo función del correspondiente ángulo cenital, θ_s ó θ_t, pero no de los ángulos acimutales de los espejos.

Cuando se verifique $\theta_t < \theta_s$ y de acuerdo con la ecuación:

$$\frac{X_{et}}{X_{es}} = \frac{\cos\theta_s}{\cos\theta_t} = p = \frac{1}{\eta_s}$$

resulta que $p < 1$ y, por lo tanto, $k_s < k_t$, que indica predominio de la sombra solar sobre el apantallamiento, Fig VII.9.

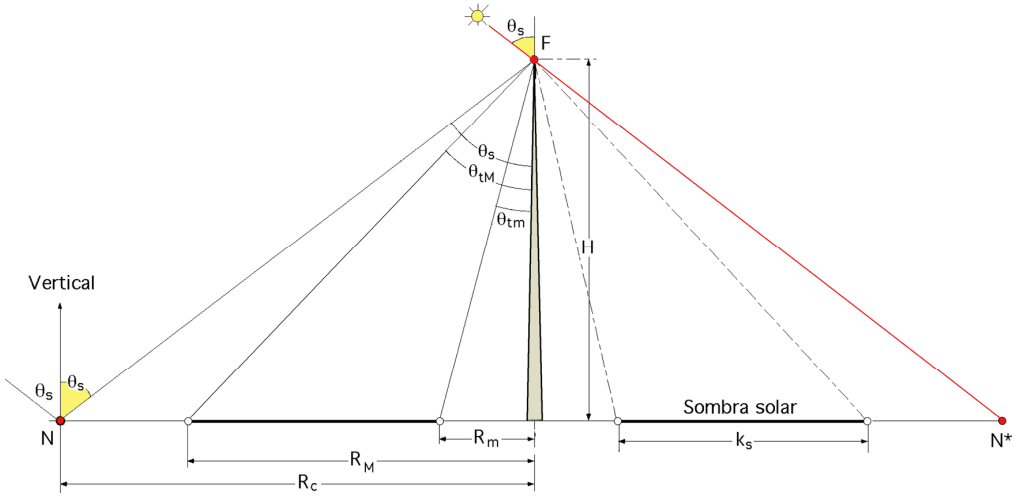


Fig VII.9.- El nodo cae fuera del campo concentrador

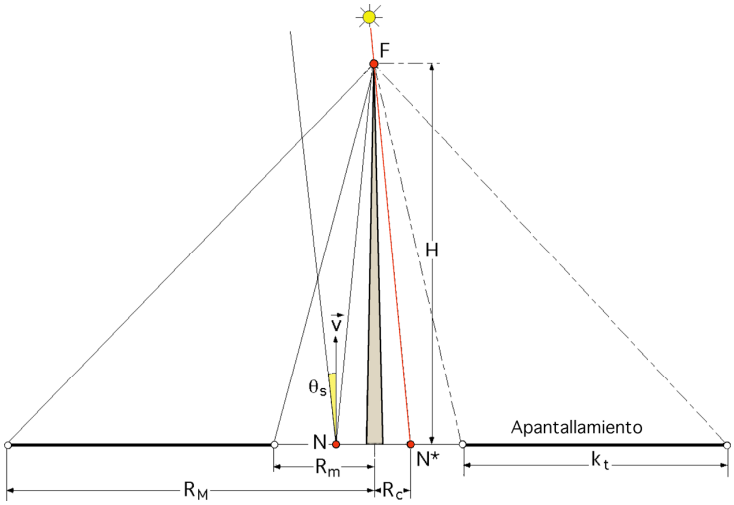


Fig VII.10.- El nodo cae entre la base de la torre y el concentrador

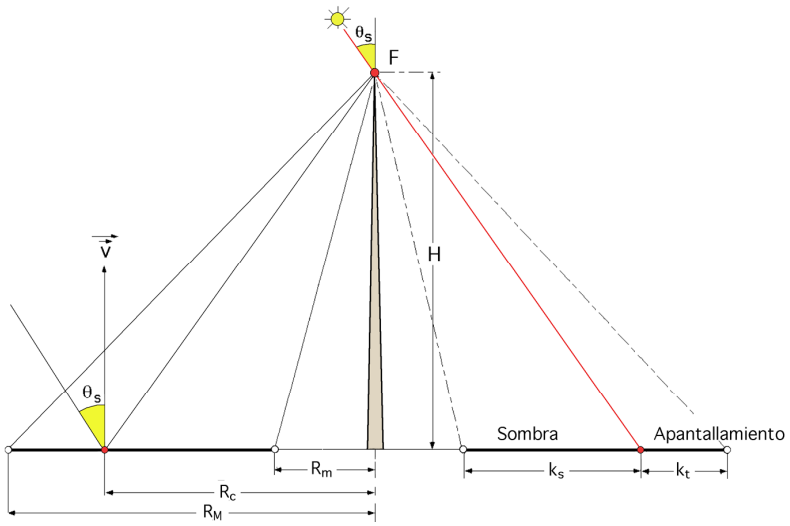


Fig VII.11.- El nodo cae dentro del concentrador

Cuando se verifique $\theta_t > \theta_s$ resulta que $p > 1$ y $k_s > k_t$, que indica predominio del apantallamiento sobre la sombra solar, Fig VII.10.

Cuando el nodo caiga dentro del campo especular, predominará uno u otro efecto de sombra, según se esté a una u otra parte de la circunferencia critica de radio R_c, que en cada instante pasará por el nodo correspondiente, Fig VII.11

VII.3.- SOMBRAS SOBRE ANILLOS DE ANCHURA *l*

Para el campo continuo de heliostatos se puede considerar que la distancia mínima entre dos anillos consecutivos, D_m será igual a la anchura de los mismos l y, por lo tanto, teniendo presente la Fig VII.12, se tiene:

$$X_s = \frac{l\ D_m}{X_{es}} = \frac{D\ cos\ \beta_{nd}}{cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_s\ cos\ (\beta_s - \beta_n)} = \left| D_m = l \right| = \frac{l^2}{X_{es}} = \frac{1}{cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_s\ cos\ (\beta_s - \beta_n)}$$

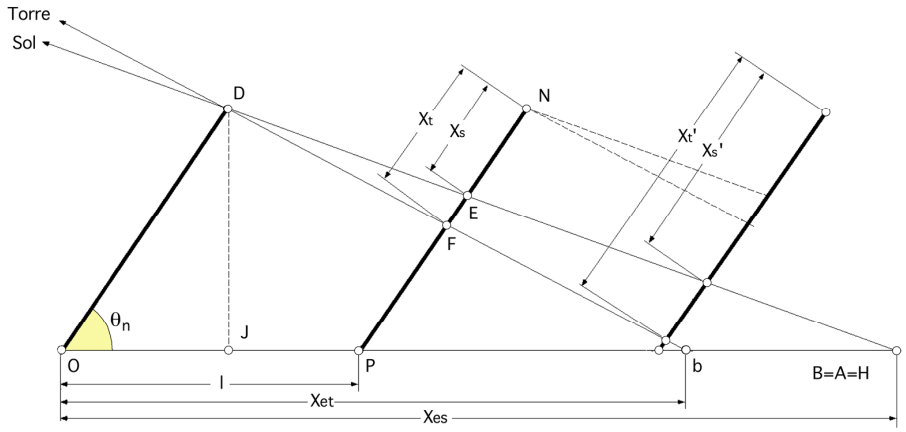


Fig VII.12.- Campo continuo de heliostatos

- *Cuando* $l < X_{es}$ *sabemos existe sombra parcial tipo X*

- *Cuando se cumpla que* $X_s \leq 1$ *no habrá sombra solar tipo X y se obtiene:*

$$cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_s\ cos\ (\beta_s - \beta_n) \leq 1$$

$$X_t = \frac{l\ D_m}{X_{et}} = \frac{1}{cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_t\ \ cos\ (\beta_t - \beta_n)}$$

- *Cuando* $l < X_{et}$ *habrá apantallamiento parcial tipo X*

- *Cuando se cumpla que* $X_t \leq 1$ *no habrá apantallamiento tipo X y se obtiene:*

$$cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ \ tg\ \theta_t\ \ cos\ (\beta_t - \beta_n) \leq 1$$

Para los anillos continuos, los efectos tipo *Y* no se tendrán en cuenta, ya que estos efectos señalan sobre cada espejo la proyección horizontal de la sombra y/o apantallamiento, y en consecuencia, siempre estarán comprendidos dentro de los efectos *X*, limitándose lateralmente, según líneas contenidas en la intersección de un plano vertical al espejo, con el propio espejo.

En consecuencia, la relación: $\frac{X_t}{X_s} = \frac{X_{es}}{X_{et}} = \frac{1}{p}$ *, sigue siendo la misma.*

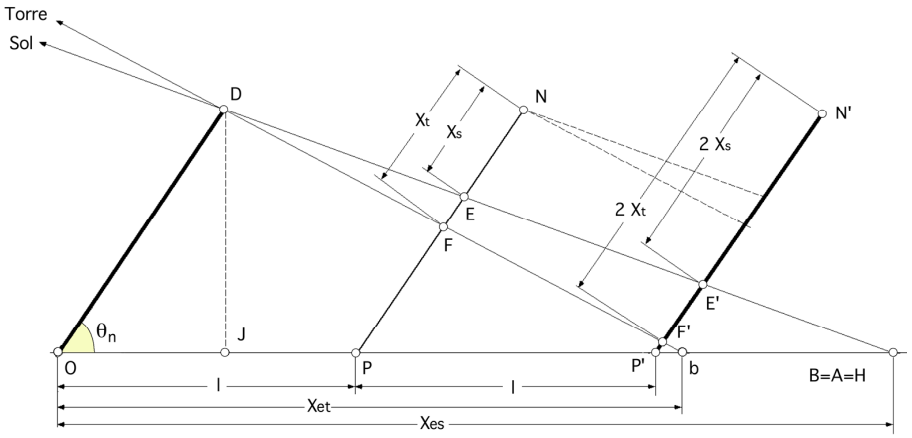


Fig VII.13.- Campo discontinuo de heliostatos

Para el *campo discontinuo de heliostatos*, se puede considerar que la distancia mínima entre dos anillos consecutivos D_m, es *2 l*, Fig VII.13.

Los efectos tipo X quedan en la forma:

$$X'_s = \frac{2\,l}{\cos\,\theta_n + sen\,\theta_n\,tg\,\theta_s\cos\,(\beta_s - \beta_n)}$$

en la que si: $\begin{cases} 2l \le X_{es} \text{ habrá sombra parcial tipo } X \\ 2\,l \ge X_{es} \text{ no habrá sombra tipo X, y se tiene: } l \le X'_s \end{cases}$ *, por lo que:*

$$\cos\,\theta_n + sen\,\theta_n\,\,tg\,\,\theta_s\cos\,(\beta_s - \beta_n) \le 2$$

En la misma forma:

$$X'_t = \frac{2\,l}{\cos\,\theta_n + sen\,\theta_n\,\,tg\,\,\theta_t\,\,\cos\,(\beta_t - \beta_n)}$$

en la que si: $\begin{cases} 2\,l \le X_{et}\text{ , habrá apantallamiento parcial tipo } X \\ 2\,l \le X_{et}\text{ , no habrá apantallamiento tipo X y se tiene } l \le X'_t \end{cases}$ *, por lo que:*

$$\cos\,\theta_n + sen\,\theta_n\,\,tg\,\,\theta_t\,\,\cos\,(\beta_t - \beta_n) \le 2$$

y la relación $\frac{X'_t}{X'_s}$ sigue siendo la misma que para el caso anterior del campo continuo, debido a que

para una determinada posición del Sol, los valores $X_s^{'}$ y $X_t^{'}$ se duplican. En consecuencia, toda la formulación desarrollada hasta aquí es válida tanto para campos continuos, como para campos discontinuos. El hecho de ampliar el intervalo entre anillos influirá únicamente en el valor del área útil de los mismos; los cálculos numéricos habrá que realizarlos para cada anillo en forma individual.

VII.4.- SOMBRAS SOBRE HELIOSTATOS INDIVIDUALES

En este caso, Fig VII.13, estarán presentes los efectos *X* e *Y* al mismo tiempo. El efecto *X* es idéntico al desarrollado en las ecuaciones:

$$\begin{cases} X_s^{'} = \dfrac{2\ l}{\cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_s\ \cos\ (\beta_s - \beta_n\ )} \\ X_t^{'} = \dfrac{2\ l}{\cos\ \theta_n + sen\ \theta_n\ tg\ \theta_t\ \cos\ (\beta_t - \beta_n\ )} \end{cases}$$

mientras que el efecto *Y* se obtiene a partir de las ecuaciones que conducen a:

$$\frac{Y_s}{Y_t} = \frac{-\ sen\ (\beta_r - \beta_d\ )}{sen\ (2\ \beta_n\ + \beta_r + \beta_d\ )}$$

en la forma:

$$Y_s = \frac{-\ D\ sen\ (\beta_r - \beta_d\ )}{\cos\ (\beta_r + \beta_d\ )} = \left| D = \frac{D_p}{\cos\ (\beta_n - \beta_d\ )} = \frac{2\ l}{\cos\ (\beta_n - \beta_d\ )} \right| = \frac{2\ l\ sen\ (\beta_r - \beta_d\ )}{\cos\ (\beta_n - \beta_d\ )\ \cos\ (\beta_r + \beta_n\ )}$$

en las que β_r y β_d vienen dadas por las ecuaciones:

$$tg\ \beta_r = \frac{-\ l}{tg\ \beta_x} = -\ \frac{X_B}{Y_B} \quad ; \quad tg\ \beta_d = \frac{x_0 - x_p}{y_0 - y_p}$$

$$Y_t = \frac{-\ 2\ l\ sen\ (\beta_r + 2\ \beta_n + \beta_d\ )}{\cos\ (\beta_n - \beta_d\ )\ \cos\ (\beta_r + \beta_n\ )}$$

Para la determinación de los efectos *Y* hay que realizar los cálculos numéricos individualmente para cada espejo; en ciertas condiciones existirán espejos que estarán sometidos sólo a efectos *X*, pero en general intervendrán en la determinación del área útil especular los dos tipos de efecto.