XII.- ORIFICIOS Y VERTEDEROS

pfernandezdiez.es

XII.1.- CLASIFICACIÓN

Orificio es toda abertura realizada o existente en un depósito, por debajo del nivel superior del líquido, ya sea en la pared lateral o en el fondo. Para hacer una clasificación de los orificios se pueden tener en cuenta algunas características importantes de los mismos, como:

a) Según el espesor de la pared: $\begin{cases} \text{- } \textit{Orificios en pared delgada} \\ \text{- } \textit{Orificios en pared gruesa} \end{cases}$

El espesor de la pared, para los primeros, tiene que ser menor que la mitad de la mínima dimensión del orificio, no debiendo exceder su espesor de 4 a 5 cm.

También se considerarán orificios en pared delgada, aquellos que estén tallados a bisel.

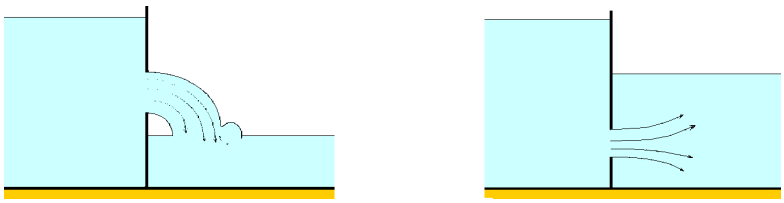


Fig XII.1.- Orificios según el nivel del agua, aguas abajo

b) Según el nivel de la superficie libre: $\begin{cases} \text{- } \textit{Orificios de nivel constante} \\ \text{- } \textit{Orificios de nivel variable} \end{cases}$

c) Según el nivel del líquido aguas abajo: $\begin{cases} \text{- } \textit{Orificios libres} \\ \text{- } \textit{Orificios sumergidos} \end{cases}$

XII.2.- COEFICIENTE DE GASTO

El caudal teórico Q_t que sale a través de un orificio, viene determinado, Fig XII.2, por:

$$Q_t = S\, v_t = S\, \sqrt{2\, g\, h}$$

comprobándose experimentalmente que el caudal real Q_R es menor que el teórico, por lo que la ex-

presión del caudal vendrá afectada por un coeficiente de gasto $m < 1$, es decir:

$$Q_R = \mu\ Q_t = \mu\ S \sqrt{2\ g\ h}$$

Valores de μ : $\begin{cases} \textit{Pared delgada: } 0,57 < \mu < 0,70 \ ;\ \textit{valor medio: } \mu = 0,62 \\ \textit{Pared gruesa: } \mu = 0,83 \end{cases}$

En las Tablas XII.1-2-3 se dan los valores de m para orificios en pared delgada, de sección cuadrada, rectangular y circular respectivamente.

Para orificios practicados en el fondo de paredes inclinadas, Fig XII.2, se tiene:

$$\mu = 0,6385 + 0,21207 \cos^3\alpha + 0,10640 \cos^4\alpha$$

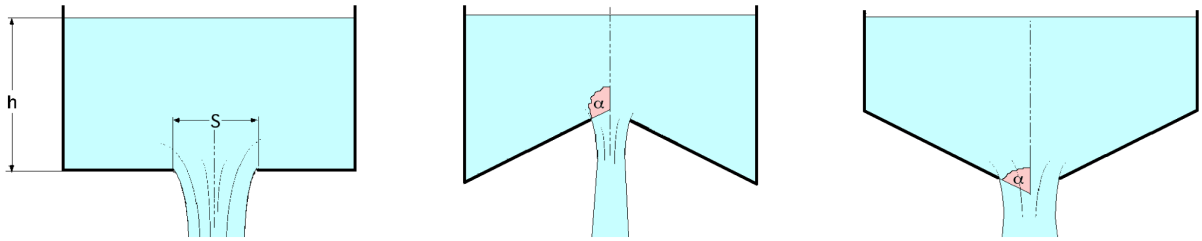


Fig XII.2.- Orificios practicados en el fondo

XII.3.- ORIFICIO EN PARED DELGADA

Se puede suponer que la lámina líquida que sale, toca a la pared sólo en una arista. Debido a la viscosidad y al rozamiento existente en la proximidad de las paredes, la velocidad de salida es menor que la calculada teóricamente es decir:

$$v_R = \varphi\ v_t$$

en la que φ es un coeficiente de reducción de velocidad comprendido en el intervalo $(0,96 < \varphi < 0,99)$; ésto supone que la velocidad de salida real se puede poner en función de una altura h_1, en la forma:

$$v_R = \varphi\ \sqrt{2\ g\ h} = \sqrt{2\ g\ h^*} \quad ; \quad 2\ g\ h\ \varphi^2 = 2\ g\ h^* \quad \Rightarrow \quad h^* = h\ \varphi^2$$

La diferencia entre h y h^* determina la altura correspondiente a la pérdida de carga del orificio:

$$h_p = h - h^* = \frac{h^*}{\varphi^2} - h^* = h^* \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) = \frac{v_R^2}{2\ g} \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) = \left| \xi_1 = \frac{1}{\varphi^2} - 1 \right| = \xi_1 \frac{v_R^2}{2\ g}$$

en la que, $\xi_1 = 0,065$, es el coeficiente de pérdida de carga.

Rendimiento de un orificio.- La altura que se aprovecha para transformar en energía cinética es h^* y no la disponible, por lo que se define el rendimiento de un orificio, como la relación entre la altura realmente transformada y la totalmente disponible:

Tabla XII.1.- Valores de μ para orificios cuadrados en pared delgada vertical

Carga en el centro del orificio en (m)	*Lado del cuadrado en metros*					
	0,006	*0,015*	*0,03*	*0,06*	*0,18*	*0,30*
3,00		*0,637*	*0,621*			
0,15		*0,633*	*0,619*	*0,605*	*0,597*	
0,16	*0,660*	*0,630*	*0,617*	*0,605*	*0,598*	
0,21	*0,656*	*0,628*	*0,616*	*0,605*	*0,599*	*0,596*
0,24	*0,652*	*0,625*	*0,615*	*0,605*	*0,600*	*0,597*
0,27	*0,650*	*0,623*	*0,614*	*0,605*	*0,601*	*0,598*
0,30	*0,648*	*0,622*	*0,613*	*0,605*	*0,601*	*0,599*
0,40	*0,642*	*0,618*	*0,610*	*0,605*	*0,602*	*0,601*
0,60	*0,637*	*0,615*	*0,608*	*0,605*	*0,604*	*0,602*
0,90	*0,632*	*0,612*	*0,607*	*0,605*	*0,604*	*0,603*
1,20	*0,628*	*0,610*	*0,606*	*0,605*	*0,603*	*0,602*
1,80	*0,623*	*0,609*	*0,605*	*0,604*	*0,603*	*0,602*
2,40	*0,619*	*0,608*	*0,605*	*0,604*	*0,603*	*0,602*
3,00	*0,616*	*0,606*	*0,604*	*0,603*	*0,602*	*0,601*
6,00	*0,606*	*0,603*	*0,602*	*0,602*	*0,601*	*0,600*
30,00	*0,599*	*0,598*	*0,598*	*0,598*	*0,598*	*0,598*

Tabla XII.2.- Valores de μ para orificios rectangulares en pared delgada plana vertical

Carga en el centro del orificio en (m)	*Anchura 0,20 metros y altura del orificio en metros*					
	> 0,2	*0,1*	*0,05*	*0,03*	*0,02*	*0,01*
0,005						*0,705*
0,100			*0,607*	*0,630*	*0,660*	*0,701*
0,015		*0,593*	*0,612*	*0,632*	*0,660*	*0,697*
0,02	*0,572*	*0,596*	*0,615*	*0,634*	*0,659*	*0,694*
0,03	*0,578*	*0,600*	*0,620*	*0,638*	*0,659*	*0,688*
0,04	*0,582*	*0,603*	*0,623*	*0,640*	*0,658*	*0,683*
0,05	*0,585*	*0,605*	*0,625*	*0,640*	*0,658*	*0,679*
0,06	*0,587*	*0,607*	*0,627*	*0,640*	*0,657*	*0,676*
0,07	*0,588*	*0,609*	*0,628*	*0,639*	*0,656*	*0,673*
0,08	*0,589*	*0,610*	*0,613*	*0,638*	*0,656*	*0,670*
0,09	*0,590*	*0,610*	*0,629*	*0,637*	*0,655*	*0,668*
0,10	*0,592*	*0,611*	*0,630*	*0,637*	*0,654*	*0,666*
0,12	*0,593*	*0,612*	*0,630*	*0,636*	*0,653*	*0,663*
0,14	*0,595*	*0,613*	*0,630*	*0,635*	*0,651*	*0,660*
0,16	*0,596*	*0,614*	*0,631*	*0,634*	*0,650*	*0,658*
0,18	*0,597*	*0,615*	*0,630*	*0,634*	*0,649*	*0,657*
0,20	*0,598*	*0,615*	*0,630*	*0,633*	*0,648*	*0,655*
0,25	*0,599*	*0,616*	*0,630*	*0,632*	*0,646*	*0,653*
0,30	*0,600*	*0,616*	*0,629*	*0,632*	*0,644*	*0,650*
0,40	*0,602*	*0,617*	*0,628*	*0,630*	*0,642*	*0,655*
0,50	*0,603*	*0,617*	*0,628*	*0,630*	*0,640*	*0,644*
0,60	*0,604*	*0,617*	*0,627*	*0,630*	*0,638*	*0,642*
0,70	*0,604*	*0,616*	*0,627*	*0,629*	*0,637*	*0,640*
0,80	*0,605*	*0,616*	*0,627*	*0,629*	*0,636*	*0,637*
0,90	*0,605*	*0,615*	*0,626*	*0,628*	*0,634*	*0,635*
1,00	*0,605*	*0,615*	*0,626*	*0,628*	*0,633*	*0,632*
1,10	*0,604*	*0,614*	*0,625*	*0,627*	*0,631*	*0,629*
1,20	*0,604*	*0,614*	*0,624*	*0,626*	*0,628*	*0,626*
1,30	*0,603*	*0,613*	*0,622*	*0,624*	*0,625*	*0,622*
1,40	*0,603*	*0,612*	*0,621*	*0,622*	*0,622*	*0,618*
1,50	*0,602*	*0,611*	*0,620*	*0,620*	*0,619*	*0,615*
1,60	*0,602*	*0,611*	*0,618*	*0,618*	*0,617*	*0,613*
1,70	*0,602*	*0,610*	*0,617*	*0,616*	*0,615*	*0,612*
1,80	*0,601*	*0,609*	*0,615*	*0,615*	*0,614*	*0,612*
1,90	*0,601*	*0,608*	*0,613*	*0,613*	*0,612*	*0,611*
2,00	*0,601*	*0,607*	*0,612*	*0,612*	*0,612*	*0,611*
> 3	*0,601*	*0,603*	*0,608*	*0,608*	*0,610*	*0,609*

Tabla XII.3.- Valores de μ para orificios circulares en pared delgada vertical

Carga en el centro del orificio en (m)	*Diámetro del orificio en metros*					
	0,006	*0,015*	*0,03*	*0,05*	*0,18*	*0,3*
0,12		*0,631*	*0,618*			
0,15		*0,627*	*0,615*	*0,600*	*0,592*	
0,16	*0,650*	*0,624*	*0,613*	*0,601*	*0,593*	*0,590*
0,21	*0,651*	*0,622*	*0,611*	*0,601*	*0,594*	*0,590*
0,24	*0,648*	*0,620*	*0,610*	*0,601*	*0,594*	*0,591*
0,27	*0,646*	*0,618*	*0,609*	*0,601*	*0,595*	*0,591*
0,30	*0,644*	*0,617*	*0,608*	*0,600*	*0,595*	*0,591*
0,40	*0,638*	*0,613*	*0,605*	*0,600*	*0,596*	*0,593*
0,60	*0,632*	*0,610*	*0,604*	*0,599*	*0,597*	*0,595*
0,90	*0,627*	*0,606*	*0,603*	*0,599*	*0,597*	*0,597*
1,20	*0,623*	*0,611*	*0,602*	*0,599*	*0,598*	*0,596*
1,80	*0,618*	*0,604*	*0,600*	*0,598*	*0,597*	*0,596*
2,40	*0,614*	*0,603*	*0,600*	*0,598*	*0,596*	*0,595*
3,00	*0,611*	*0,601*	*0,598*	*0,597*	*0,596*	*0,595*
6,00	*0,601*	*0,598*	*0,596*	*0,596*	*0,596*	*0,594*
30,00	*0,593*	*0,592*	*0,592*	*0,592*	*0,592*	*0,592*

$$\eta = \frac{h^*}{h} = \frac{v_R^2 / 2g}{h} = \frac{v_R^2}{2\,g\,h} = \left(\frac{v_R}{v_T}\right)^2 = \varphi^2 = \left| \xi_1 = \frac{1}{\varphi^2} - 1 = \frac{1}{\eta} - 1 \right| = \frac{1}{1 + \xi_1}$$

Contracción de la vena líquida.- Los filetes de la vena liquida son convergentes hasta una sección Ω situada a una cierta distancia de la pared, Fig XII.3, a partir de la cual comienza a circular paralelamente. A esta sección se la llama sección contraída.

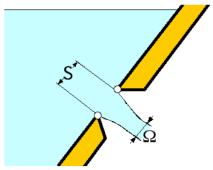


Fig XII.3
Contracción de la vena

La relación entre ambas secciones es el *coeficiente de contracción* $\psi = \frac{\Omega}{S}$, siendo $\psi < 1$, que viene dado experimentalmente, y depende de las dimensiones, forma, carga del orificio y proximidad de éste a las paredes del depósito.

Cuando exista una causa que vaya en contra de la libertad de la contracción de la vena, diremos que la contracción es incompleta, siendo el valor de ψ mayor que en el caso de contracción completa. La contracción será completa, cuando la distancia de los bordes del orificio a las paredes laterales, o al fondo, sea igual o mayor que el doble de la mínima dimensión del orificio.

La relación existente entre los coeficientes de $\begin{cases} \text{- } gasto \\ \text{- } reducción\ de\ velocidad \\ \text{- } contracción \end{cases}$, de la vena líquida, es:

$$Q_R = \Omega\ v_R = \left| \begin{array}{l} \Omega = \psi\ S \\ v_R = \varphi\ v_t \end{array} \right| = \psi\ S\ \varphi\ v_t = \psi\ \varphi\ Q_t = \mu\ Q_t \quad \Rightarrow \quad \mu = \psi\ \varphi$$

Característica de un orificio.- Es la relación entre el caudal y la carga, de la forma:

$$Q_R = \mu\ S\ \sqrt{2\,g\,h} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{Q_R^2}{2\,g\,\mu^2 S^2}$$

que se puede representar conociendo un solo punto de funcionamiento A en coordenadas $(Q_R\,,\,h)$.

XII.4.- GRANDES ORIFICIOS EN PARED DELGADA

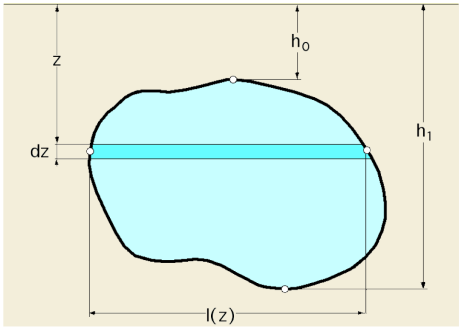


Fig XII.4.- Orificio en pared delgada

En grandes orificios, la velocidad varía en los diferentes puntos de la sección del orificio con la altura z, a no ser que el orificio esté situado en el fondo del depósito.

El caudal infinitesimal que circula a través de la sección $l\,dz$, Fig XII.4, es:

$$Q = \mu \int_{h_0}^{h_1} l \sqrt{2\,g\,z}\; dz = \left| \; l = f(z) \; \right| = \mu \sqrt{2\,g} \int_{h_0}^{h_1} f(z) \sqrt{z}\; dz$$

- Orificio rectangular.- El valor del caudal es, Fig XII.5:

$$Q = \mu \sqrt{2\,g} \int_{h_0}^{h_1} b \sqrt{z}\; dz = \frac{2\,\mu\,b\sqrt{2\,g}}{3} (h_1^{3/2} - h_0^{3/2}) =$$

$$= \left| \begin{array}{l} h_1 = z_0 + \dfrac{d}{2} \\ h_0 = z_0 - \dfrac{d}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1^{3/2} = (z_0 + \dfrac{d}{2})^{3/2} = z_0^{3/2} (1 + \dfrac{d}{2\,z_0})^{3/2} = z_0^{3/2} (1 + \binom{3/2}{1} \dfrac{d}{2\,z_0} + \binom{3/2}{2} (\dfrac{d}{2\,z_0})^2 + \ldots) \\ h_0^{3/2} = (z_0 - \dfrac{d}{2})^{3/2} = z_0^{3/2} (1 - \dfrac{d}{2\,z_0})^{3/2} = z_0^{3/2} (1 - \binom{3/2}{1} \dfrac{d}{2\,z_0} + \binom{3/2}{2} (\dfrac{d}{2\,z_0})^2 - \ldots) \end{array} \right| =$$

$$= \frac{2\,\mu\,b\sqrt{2\,g}}{3} z_0^{3/2} \{1 + \frac{3}{4}\frac{d}{z_0} + \frac{3}{8}(\frac{d}{2\,z_0})^2 + \frac{3}{48}(\frac{d}{2\,z_0})^3 + \ldots - 1 + \frac{3}{4}\frac{d}{z_0} - \frac{3}{8}(\frac{d}{2\,z_0})^2 + \frac{3}{48}(\frac{d}{2\,z_0})^3 + \ldots\} =$$

$$= \frac{2\,\mu\,b\sqrt{2\,g}}{3} \sqrt{z_0^3} \{\frac{3}{2}\frac{d}{z_0} - \frac{1}{64}(\frac{d}{z_0})^2 + \ldots\}$$

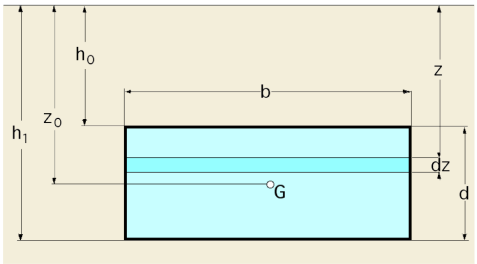


Fig XII.5.- Orificio rectangular

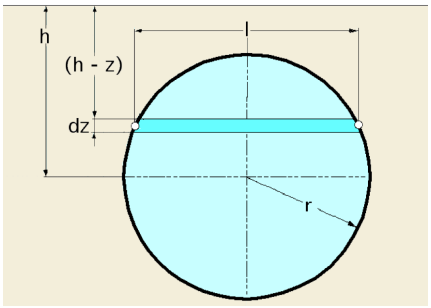


Fig XII.6.- Orificio circular

Tomando sólo el primer sumando del desarrollo, resulta:

$$Q = \frac{2\,\mu\,b\sqrt{2\,g}}{3} z_0^{3/2} \frac{3}{2}\frac{d}{z_0} = \mu\,b\,d\sqrt{2\,g\,z_0}$$

de utilidad en el cálculo de compuertas en pared delgada.

- Orificio circular.- En este caso, $l = 2\sqrt{r^2 - z^2}$, por lo que:

$$Q = \mu \sqrt{2\,g} \int_{h_0}^{h_1} 2 \sqrt{r^2 - z^2} \sqrt{(h - z)}\, dz$$

integrando y resolviendo como en el caso anterior, se obtiene:

$$Q = \mu \{1 - \frac{1}{32}\frac{r^2}{h^2} - \frac{5}{1024}\frac{r^4}{h^4} + ..\} \pi r^2 \sqrt{2 g h} = \left| \mu_2 = \mu \{1 - \frac{1}{32}\frac{r^2}{h^2} - \frac{5}{1024}\frac{r^4}{h^4} + ..\} \right| = \mu_2 \pi r^2 \sqrt{2 g h}$$

XII.5.- ORIFICIO SUMERGIDO

Se tiene derrame sumergido, cuando la vena liquida que sale por el orificio queda por debajo del nivel del líquido del depósito en el cual entra, Fig XII.7. Se puede suponer que en B los filetes del líquido saliente son paralelos y que el desnivel entre ambos depósitos permanece constante; aplicando Bernoulli entre A y B, y tomando como plano de comparación el que pasa por B, se tiene:

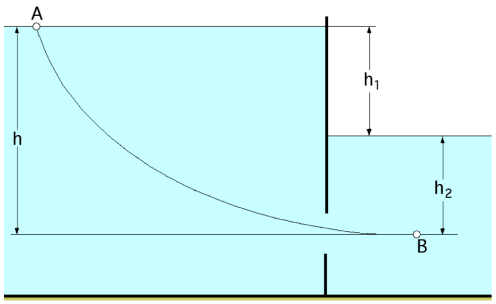


Fig XII.7.- Orificio sumergido

$$\frac{v_A^2}{2 g} + h + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{v_B^2}{2 g} + 0 + \frac{p_B}{\gamma} = \frac{v_B^2}{2 g} + \frac{\gamma h_2 + p_0'}{\gamma} =$$

$$= \frac{v_B^2}{2 g} + h_2 + \frac{p_0'}{\gamma}$$

Tabla XII.4.- Valores de μ para orificios sumergidos de 0,20 m de anchura

Carga del orificio en (m)	*Altura 0,2 m*	*Altura 0,1 m*	*Altura 0,05 m*	*Altura 0,03 m*	*Altura 0,01 m*
0,01	*0,500*	*0,511*	*0,481*	*0,509*	*0,578*
0,02	*0,502*	*0,522*	*0,508*	*0,548*	*0,614*
0,03	*0,508*	*0,528*	*0,543*	*0,583*	*0,640*
0,04	*0,515*	*0,538*	*0,570*	*0,620*	*0,659*
0,05	*0,520*	*0,552*	*0,589*	*0,639*	*0,668*
0,06	*0,526*	*0,561*	*0,603*	*0,640*	*0,673*
0,07	*0,531*	*0,573*	*0,613*	*0,639*	*0,675*
0,08	*0,536*	*0,580*	*0,621*	*0,639*	*0,675*
0,09	*0,541*	*0,584*	*0,625*	*0,638*	*0,674*
0,10	*0,545*	*0,588*	*0,628*	*0,637*	*0,673*
0,15	*0,562*	*0,600*	*0,631*	*0,634*	*0,668*
0,20	*0,575*	*0,607*	*0,638*	*0,632*	*0,665*
0,30	*0,592*	*0,613*	*0,630*	*0,631*	*0,658*
0,50	*0,600*	*0,615*	*0,625*	*0,629*	*0,648*
0,80	*0,602*	*0,615*	*0,624*	*0,627*	*0,637*
1,00	*0,602*	*0,614*	*0,624*	*0,625*	*0,630*
1,20	*0,602*	*0,614*	*0,623*	*0,623*	*0,625*
1,40	*0,601*	*0,613*	*0,621*	*0,621*	*0,620*
1,60	*0,601*	*0,611*	*0,618*	*0,619*	*0,617*
1,80	*0,601*	*0,609*	*0,616*	*0,616*	*0,614*
2,00	*0,601*	*0,607*	*0,614*	*0,614*	*0,613*
3,00	*0,601*	*0,603*	*0,606*	*0,607*	*0,609*

Si las dos superficies libres están a la misma presión o al aire libre: $p_0 = p_0' = p_{atm}$

Despejando v_B resulta:

$$\frac{v_B^2}{2 g} = \frac{v_A^2}{2 g} + h - h_2 = \frac{v_A^2}{2 g} + h_1 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{v_A^2 + 2 g h_1} \quad \Rightarrow \quad Q = \mu S \sqrt{v_A^2 + 2 g h_1}$$

En la Tabla XII.4 se dan los valores de μ para orificios sumergidos; cuando el orificio esté parcialmente sumergido, la abertura $\begin{cases} \text{- } \textit{superior se considera como orificio libre} \\ \text{- } \textit{inferior se considera como orificio sumergido} \end{cases}$

XII.6.- ORIFICIOS PROLONGADOS EN CANAL

Suponiendo que las velocidades de los puntos A y B son v_A y v_B y considerando, Fig XII.8, que el punto A está lo suficientemente alejado del orificio como para suponer que su velocidad v_A es constante, aplicando Bernoulli al filete (AB) se tiene:

$$\frac{v_A^2}{2\,g} + \frac{\gamma\; h_3 + p_0}{\gamma} + h_4 = \frac{v_B^2}{2\,g} + \frac{\gamma\; h_1 + p_0}{\gamma} + h_2 \quad ; \quad \frac{v_B^2}{2\,g} = \frac{v_A^2}{2\,g} + h \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{v_A^2 + 2\,g\,h}$$

Si llamamos l a la anchura del orificio, la expresión del caudal es:

$$Q = \mu\; l\,(H - h)\,\sqrt{v_A^2 + 2\,g\,h} = \left| \; Si:\; v_A = 0\;;\; v_B = \sqrt{2\,g\,h} \; \right| = \mu\; l\,H_1\sqrt{2\,g\,h}$$

con μ = 0,675, y si las aristas son redondeadas, μ = 0,7.

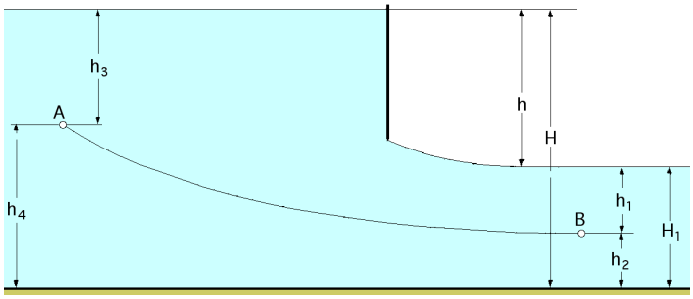


Fig XII.8.- Orificio prolongado en canal

Tabla XII.5.- Valores de μ *en orificios de 0,6 m de ancho, con espesor de pared 0,05 m, y 0,10 m del fondo*

Carga del orificio en m	*Altura 0,2*	*Altura 0,4*	*Carga del orificio en m*	*Altura 0,2*	*Altura 0,4*
0,05	*0,645*	*0,624*	*0,70*	*0,677*	*0,646*
0,06	*0,648*	*0,627*	*0,80*	*0,676*	*0,643*
0,07	*0,652*	*0,629*	*0,90*	*0,676*	*0,639*
0,08	*0,654*	*0,631*	*1,00*	*0,676*	*0,636*
0,09	*0,656*	*0,633*	*1,10*	*0,674*	*0,633*
0,10	*0,658*	*0,635*	*1,20*	*0,675*	*0,630*
0,12	*0,662*	*0,639*	*1,30*	*0,675*	*0,628*
0,14	*0,664*	*0,642*	*1,40*	*0,675*	*0,626*
0,16	*0,667*	*0,644*	*1,50*	*0,675*	*0,624*
0,18	*0,669*	*0,646*	*1,60*	*0,675*	*0,622*
0,20	*0,671*	*0,648*	*1,70*	*0,675*	*0,621*
0,30	*0,677*	*0,654*	*1,80*	*0,674*	*0,620*
0,40	*0,679*	*0,654*	*1,90*	*0,674*	*0,618*
0,50	*0,678*	*0,653*	*2,00*	*0,674*	*0,617*
0,60	*0,677*	*0,650*	*3,00*	*0,673*	*0,617*

Tabla XII.6.- Valores de μ en orificios de 0,20 m de ancho; espesor de pared 0,27 m

Carga del orificio en (m)	Aristas vivas (Altura en m)			Aristas redondeadas (Altura en m)		
	0,01	0,05	0,2	0,01	0,05	0,2
0,05	0,711	0,719		0,729	0,717	
0,06	0,708	0,716		0,726	0,715	
0,07	0,706	0,714		0,723	0,713	
0,08	0,704	0,712		0,721	0,711	
0,09	0,703	0,710		0,719	0,710	
0,10	0,701	0,709		0,717	0,709	
0,12	0,699	0,708		0,711	0,706	
0,14	0,697	0,703		0,711	0,701	
0,16	0,695	0,700		0,709	0,703	
0,18	0,693	0,698	0,732	0,706	0,701	
0,20	0,692	0,696	0,713	0,704	0,700	
0,30	0,687	0,689	0,688	0,697	0,697	
0,40	0,683	0,685	0,681	0,694	0,695	
0,50	0,681	0,682	0,682	0,693	0,695	0,702
0,60	0,680	0,681	0,682	0,693	0,694	0,701
0,70	0,680	0,680	0,681	0,693	0,694	0,701
0,80	0,680	0,680	0,681	0,694	0,693	0,700
0,90	0,680	0,679	0,681	0,695	0,693	0,700
1,00	0,680	0,679	0,680	0,695	0,692	0,700
1,10	0,679	0,678	0,680	0,695	0,691	0,699
1,20	0,679	0,678	0,680	0,694	0,690	0,699
1,30	0,678	0,678	0,680	0,693	0,690	0,699
1,40	0,677	0,677	0,679	0,693	0,689	0,699
1,50	0,677	0,677	0,679	0,692	0,688	0,699
1,60	0,676	0,677	0,679	0,690	0,687	0,699
1,70	0,675	0,676	0,679	0,690	0,686	0,698
1,80	0,674	0,676	0,679	0,689	0,685	0,698
1,90	0,674	0,675	0,678	0,688	0,685	0,698
2,00	0,673	0,675	0,678	0,688	0,684	0,698
3,00	0,673	0,672	0,676	0,688	0,680	0,696

XII.7.- ORIFICIOS EN PARED GRUESA

Se pueden dar dos casos según que: $\begin{cases} \text{- } \textit{desde el contorno se separe la vena líquida de la pared} \\ \text{- } \textit{la vena líquida quede adherida a la pared} \end{cases}$

Para el primer caso se puede utilizar la formulación desarrollada para los orificios en pared delgada, tomando para el coeficiente los dados por la Tabla XII.5 para orificios rectangulares, y por la XII.6, para aristas vivas o redondeadas en que hay contracción incompleta.

En general se puede tomar:

- Cuando el borde inferior del orificio está más alto que el fondo del recipiente se toma un valor medio, $\mu = 0,60$

- Para los orificios prolongados en canal en los que el borde inferior del orificio está en el fondo, los valores están comprendidos en el intervalo $(0,65 < \mu < 0,70)$*; para números de Reynolds inferiores a un cierto valor, la influencia de la viscosidad es tan grande que la vena se adhiere a la pared, despegándose al aumentar Re*

Según experiencias realizadas por Venturi, la velocidad en la sección contraída, y el caudal, se puede poner en la forma:

$$v = \varphi \sqrt{2\,g\,(h + 0{,}75\,h)} = 1{,}3 \sqrt{2\,g\,h}$$

$$v = \varphi\sqrt{2\,g\,(h + 0{,}75\,h)} = 1{,}3 \sqrt{2\,g\,h} \quad \Rightarrow \quad Q = \left| \begin{matrix} \text{Coef. contracción} \\ \psi = 0{,}62 \end{matrix} \right| = 0{,}62 \times 1{,}3\ \Omega \sqrt{2\,g\,h} = 0{,}81\ \Omega \sqrt{2\,g\,h}$$

Compuertas.- Las compuertas son grandes orificios practicados en muros, para salida de las aguas, que van cerrados por tableros móviles. Para calcular el caudal en las compuertas de fondo, se emplea la formulación anterior, aunque en realidad, por existir contracción en la arista superior del rectángulo, deberá tomarse un coeficiente μ de contracción incompleta.

XII.7.- Caudales en litros/seg, en compuertas de fondo, de 1 m de ancho

Carga orificio	Caudal para las alturas indicadas																		
(metros)	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,18	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,50
0,10	44	53	61	69	78	86	94	102	110	119	126	134	150	167					
0,15	54	65	73	83	94	105	115	125	135	145	155	165	188	203	254	307			
0,20	62	75	86	98	109	122	133	145	157	168	179	190	213	235	294	353	415	481	
0,25	70	82	96	110	124	136	149	162	175	188	201	214	239	264	329	395	460	527	661
0,30	76	91	106	120	135	149	161	178	192	206	220	234	262	291	363	434	507	577	711
0,35	82	98	114	130	146	162	177	192	208	223	238	253	284	314	393	471	548	626	773
0,40	88	107	122	139	156	173	189	206	222	238	255	271	304	337	420	504	588	671	836
0,45	93	111	130	148	165	183	201	219	236	253	271	288	321	367	446	536	624	712	898
0,50	98	117	136	155	174	193	212	230	249	267	285	304	340	377	471	562	659	753	940
0,60	107	128	148	170	191	212	230	251	272	292	312	330	370	414	516	624	717	819	1023
0,70	116	139	161	184	208	228	249	272	294	316	338	360	403	447	559	670	759	894	1115
0,80	121	148	172	196	220	246	267	291	314	338	361	385	432	485	598	718	813	957	1194
0,90	131	157	183	207	236	259	284	309	334	359	384	409	459	509	636	762	864	1017	1271
1,00	138	165	192	219	246	272	299	329	352	379	405	432	485	536	670	804	911	1079	1339
1,10	145	175	201	220	257	285	314	341	368	396	421	452	506	562	702	843	955	1124	1405
1,20	151	181	210	240	267	298	327	356	385	414	443	472	529	586	733	880	998	1174	1468
1,30	157	187	218	249	279	310	340	371	401	431	461	491	551	610	762	915	1037	1220	1525
1,40	162	191	226	258	289	321	353	384	416	446	477	509	571	627	798	948	1074	1266	1583
1,50	168	201	233	266	300	332	365	397	429	462	493	526	589	654	818	981	1112	1308	1635
1,60	173	207	241	275	309	342	376	409	443	476	509	542	608	675	843	1010	1147	1351	1690
1,70	177	213	248	283	318	352	387	422	456	491	524	559	627	695	871	1043	1182	1391	1741
1,80	182	218	255	290	326	362	398	434	469	504	532	574	644	715	895	1073	1216	1431	1789
1,90	187	224	261	298	335	371	408	444	480	516	552	588	664	734	917	1100	1247	1468	1834
2,00	191	229	267	305	343	380	418	455	492	530	566	603	677	753	941	1129	1279	1506	1862
2,25	198	235	274	313	352	392	430	470	509	550	587	626	705	783	979	1175	1371	1567	1958
2,50	214	257	293	341	382	424	466	507	549	590	631	673	757	841	1052	1262	1431	1683	2104
3,00	235	281	327	374	420	466	511	557	602	648	693	739	830	922	1152	1383	1568	1843	2305
3,50	242	301	350	400	450	500	550	599	637	697	747	797	896	996	1245	1494	1693	1992	2490
4,00	268	321	374	427	481	533	589	640	693	745	799	852	958	1065	1231	1597	1810	2129	2669

La Tabla XII.7 proporciona el caudal en litros/seg para diferentes alturas del orificio y carga en el centro del mismo, por metro de anchura.

En compuertas inclinadas se utiliza la misma formulación que en las de fondo, pero se toman coeficientes m con los siguientes valores:

- *Inclinación 1/2, 1 de base y 2 de altura ..... m = 0,74*
- *Inclinación 1/1, 1 de base y 1 de altura ..... m = 0,80*
- *Inclinación 1/1, seguida con canal de pendiente entre 33 y 38.... m = 1,00*

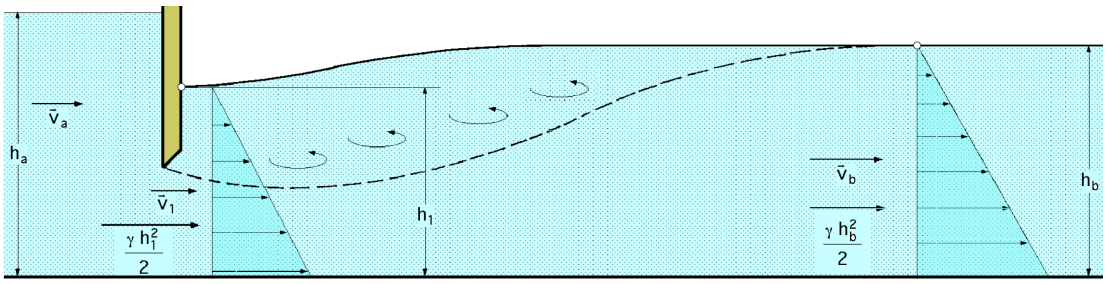


Fig XII.9

*Tabla XII.8.- Coeficientes de reducción μ**

α	45°	50°	55°	60°	65°	75°
μ^*	1,14	1,12	1,10	1,07	1,05	1,03

También se puede calcular multiplicándole por un nuevo coeficiente de reducción μ^*, que varía según el ángulo α que forma el plano del orificio con la horizontal, según la Tabla XII.8.

Para determinar la fuerza por unidad de anchura que se ejerce sobre la misma, de acuerdo con la Fig XII.9, se tiene:

- *Ecuación de la cantidad de movimiento,* $\Delta F\ t = m\ \Delta v$

- *Para un canal rectangular,* $\gamma \frac{h_b^2}{2} - \gamma \frac{h_1^2}{2} = \rho\ g\ (v_1 - v_b)$, en la que la incógnita es h_1 que, evidentemente, es algo menor que h_b

- *Fuerza horizontal F por unidad de anchura que actúa sobre la compuerta:*

$$\gamma \frac{h_a^2}{2} - \gamma \frac{h_1^2}{2} + F = \rho\ g\ (v_1 - v_a) \quad \Rightarrow \quad F = \frac{\gamma}{2}\ (h_1^2 - h_a^2) + \rho\ g\ (v_1 - v_a)$$

para lo que se ha supuesto:

- *Flujo permanente y bidimensional en las proximidades de la compuerta*
- *Fluido incompresible*
- *Distribución uniforme de velocidades lejos de la compuerta*
- *Distribución hidrostática de presiones lejos de la compuerta*
- *Tensiones cortantes nulas en la solera del canal*

XII.9.- ORIFICIOS ESPECIALES

Orificio de Borda.- Consiste en un tubo corto y delgado, de longitud aproximadamente igual a su diámetro, que resalta en el interior de un depósito; la velocidad a lo largo de la pared en todos sus puntos es prácticamente cero, pero en el orificio actúa una fuerza $F = \gamma\ h\ S$ en la dirección del eje del tubo, siendo $\vec{v}$ la velocidad de salida del fluido por el mismo.

Suponiendo $v_A = 0$, el caudal que sale por el orificio es:

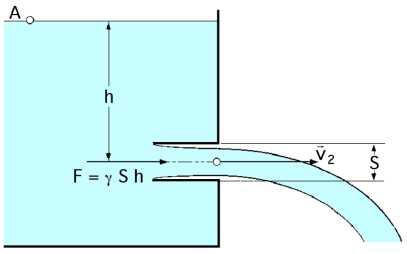


Fig XII.10.- Orificio de Borda

$$Q = \mu\ S\ \sqrt{2\ g\ h}\quad ;\quad v = \varphi\ \sqrt{2\ g\ h}$$

y aplicando el Teorema de la Cantidad de Movimiento a la masa de fluido que atraviesa el orificio, se tiene:

$$F\ t = m\ v\quad ;\quad \gamma\ h\ S\ (1\ seg) = V\ \rho\ v = Q\ \frac{\gamma}{g}\ v$$

por cuanto el volumen V en la unidad de tiempo es el caudal Q (m^3/seg), luego sustituyendo en ésta los valores de Q y $\vec{v}$, se obtiene:

$$\gamma\ h\ S = \mu\ S\ \sqrt{2\ g\ h}\ \frac{\gamma}{g}\ \varphi\ \sqrt{2\ g\ h} = 2\ \mu\ \gamma\ \varphi\ S\ h$$

de la que se deduce $2\ \mu\ \varphi = 1$, que relaciona el coeficiente de reducción de velocidad φ y el coeficiente de contracción de la vena μ.

Orificios en tuberías, diafragmas.- Un diafragma es un orificio en una tubería, afilado, tal como se muestra en la Fig XII.11, que provoca que el chorro se contraiga aguas abajo del mismo.

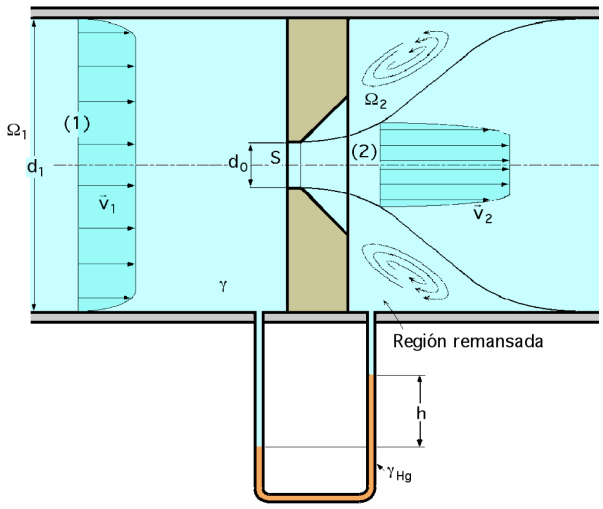


Fig XII.11.- Diafragma

Para un fluido incompresible, aplicando Bernoulli entre las secciones Ω_1 y Ω_2 se tiene:

$$\frac{v_{1t}^2}{2\ g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_{2t}^2}{2\ g} + \frac{p_2}{\gamma}\quad ;\quad \Omega = \frac{\pi\ d_2^2}{4}\quad ;\quad S = \frac{\pi\ d_0^2}{4}$$

y como: $\psi = \dfrac{\Omega}{S} = \dfrac{d_2^2}{d_0^2}$, aplicando la ecuación de continuidad se tiene:

$$\Omega_1\ v_{1t} = S\ v_{0t} = \Omega_2\ v_{2t}\quad ;\quad d_1^2\ v_{1t} = d_2^2\ v_{2t} = \psi\ d_0^2\ v_{2t}\quad \Rightarrow\quad v_{1t} = \psi\ \frac{d_0^2}{d_1^2}\ v_{2t}$$

y eliminando $\vec{v}_{1t}$ entre ésta última y la de Bernoulli:

$$\frac{(\psi \frac{d_0^2}{d_1^2} v_{2t})^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_{2t}^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} \Rightarrow \frac{v_{2t}^2}{2g}\{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4\} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \Rightarrow$$

$$v_{2t} = \sqrt{\frac{2g}{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4} \frac{p_1 - p_2}{\gamma}} \Rightarrow v_{2R} = \varphi\, v_{2t} = \varphi \sqrt{\frac{2g}{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4} \frac{p_1 - p_2}{\gamma}} = \varphi \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{p_1 - p_2}{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4}}$$

$$Q = \Omega_2\, v_{2R} = S\, \psi\, v_{2R} = S\, \psi\, \varphi \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{p_1 - p_2}{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4}} = S\, \mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{p_1 - p_2}{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4}}$$

En el manómetro diferencial se tiene:

$$p_1 = p_2 + \gamma_{Hg}\, h - \gamma\, h = p_2 + h\,(\gamma_{Hg} - \gamma) \Rightarrow p_1 - p_2 = h\,(\gamma_{Hg} - \gamma)$$

por lo que el valor del caudal Q queda en la forma:

$$Q = S\, \mu \sqrt{\frac{2g\,h}{\gamma} \frac{\gamma_{Hg} - \gamma}{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4}} = S\, \mu \sqrt{\frac{2g\,h}{1 - \psi^2 (\frac{d_0}{d_1})^4} (\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma} - 1)}$$

en la que hay que conocer los valores de μ y ψ lo que complica el problema.

Tubo adicional cilíndrico exterior.- Al colocar un tubo adicional se logra que la vena líquida que salía contraída cuando éste no existía, vuelva a ensancharse y salir con el mismo diámetro del orificio sin tubo, Fig XII.12. El caudal saliente con tubo es superior al caudal saliente sin tubo. En efecto, si aplicamos Bernoulli entre los puntos A y B, y Belanguer entre B y C, se tiene:

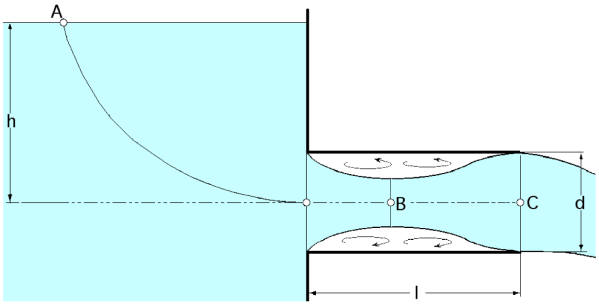


Fig XII.12.- Tubo adicional

$$\text{Bernoulli: } \frac{p_A}{\gamma} + h + 0 = \frac{p_B}{\gamma} + h + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$\text{Belanger: } \frac{p_B}{\gamma} + 0 + \frac{v_B^2}{2g} = \frac{p_C}{\gamma} + 0 + \frac{v_C^2}{2g} + \frac{(v_B - v_C)^2}{2g} + \xi \frac{v_C^2}{2g}$$

y como el segundo miembro de la ecuación de Bernoulli coincide con el primer miembro de la ecuación de Belanguer, quedará:

$$\frac{p_A}{\gamma} + h = \frac{p_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} + \frac{(v_B - v_C)^2}{2g} + \xi \frac{v_C^2}{2g}$$

A su vez si $p_A = p_C = p_{atm}$ y teniendo en cuenta que el coeficiente de contracción es $\psi = \frac{\Omega_B}{\Omega_C} = \frac{v_C}{v_B}$ resulta:

$$h = \frac{v_C^2}{2\,g} + \frac{(\frac{v_C}{\psi} - v_C)^2}{2\,g} + \xi\ \frac{v_C^2}{2\,g} = \frac{v_C^2}{2\,g}\ \{1 + (\frac{1}{\psi} - 1)^2 + \xi\}\ \ ;\ \ \mu = \psi\ \varphi \approx \psi$$

Despejando $\vec{v}_C$ resulta:

$$v_C = \sqrt{\frac{2\,g\,h}{1 + (\frac{1}{\mu} - 1)^2 + \xi}} = \left| \begin{array}{c} \text{Para: } \mu = 0{,}62 \\ \xi = 0{,}22\ (\frac{\Omega_C}{\Omega_B} - 1) = 0{,}22\ (\frac{1}{\mu} - 1) \end{array} \right| \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_C = 0{,}82\ \sqrt{2\,g\,h} \\ Q = 0{,}82\ \Omega_C \sqrt{2\,g\,h} \end{array} \right.$$

que se observa es un valor superior al del orificio libre.

Los valores del coeficiente correspondientes al caudal saliente por tubo adicional, según Weisbach, son función de la relación l/d, viniendo dados sus valores en la Tabla XII.9.

Tabla XII.9.- Coeficiente de gasto en función de l/d

l/d	1	2 a 3	12	24	36	48	60
Coeficiente de gasto μ	0,62	0,82	0,77	0,73	0,68	0,63	0,6

observándose que el mejor valor de la relación $l/d = 2{,}5$ con un valor del coeficiente de gasto igual a 0,82.

La superioridad del caudal de los tubos adicionales respecto al caudal con orificio libre, es debido a la depresión originada en el punto B; como se tiene que:

$$\frac{p_A}{\gamma} + h = \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2\,g}$$

$$y\ ser:\ p_A = p_{atm}\ \ ;\ \ v_B = \frac{v_C}{\psi}\ \ ;\ \ \mu = 0{,}62\ \ ;\ \ v_C = 0{,}82\ \sqrt{2\,g\,h}\ \ ;\ \ \mu \approx \psi$$

combinándolas adecuadamente se obtiene:

$$v_B = \frac{v_C}{\mu} = \frac{0{,}82\ \sqrt{2\,g\,h}}{0{,}62}\ \ ;\ \ \frac{p_{atm} - p_B}{\gamma} - \frac{v_B^2}{2\,g} - h = (\frac{0{,}82}{0{,}62})^2 h - h = 0{,}75\ h$$

por lo que $p_{atm} > p_B$, existiendo en B un vacío parcial.

La carga h se reparte de la siguiente forma:

$$v_C^2 = 0{,}82^2 \times 2\,g\,h \ \ \Rightarrow \ \ \frac{v_C^2}{2\,g} = 0{,}82^2\,h = \frac{2\,h}{3}$$

es decir, $(2h/3)$ se transforma en energía dinámica, mientras que el $(h/3)$ restante se utiliza en vencer la pérdida de carga ocasionada por el ensanchamiento de la vena.

La velocidad en el punto B es: $v_B = 1{,}32\ \sqrt{2\,g\,h}$

Tubo adicional divergente.- Un tubo divergente conectado a la sección Ω_0 con el recipiente, Fig XII.13, de forma que los codos sean convergentes, dará un caudal aproximado Q de la forma:

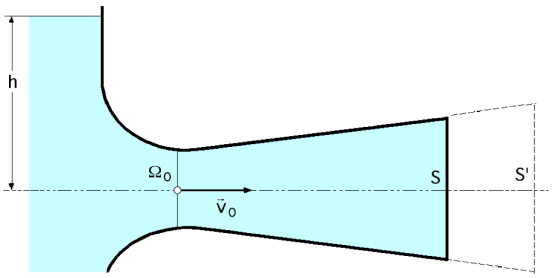


Fig XII.13.- Tubo adicional divergente

$$Q = S\ \sqrt{2\,g\,h}$$

y parece ser que si se alarga el tubo, el caudal podría ser mayor, por cuanto $\sqrt{2\,g\,h}$ permanece constante y aumenta la sección, es decir: $Q = S'\sqrt{2\,g\,h}$; pero ésto es sólo en apariencia, por cuanto a medida que la velocidad $\vec{v}_0$ crece, la presión media en la sección Ω_0 decrece, apareciendo la cavitación a partir de una determinada sección; cuando ésto suceda, el líquido dejará de ser homogéneo y no se podrán aplicar las fórmulas halladas anteriormente.

Para evitar la cavitación, la presión debe ser superior a la equivalente a $4 \div 5$ m de columna de agua, siendo el caudal máximo:

$$Q_{máx} = \Omega_0\ \sqrt{2\,g\,(h + 5 \div 6)}$$

Interesa que la divergencia sea pequeña para evitar remolinos, zonas muertas, etc., que disminuirían el caudal; cuanto más pulido esté el tubo, las pérdidas por rozamiento serán menores.

Tubo adicional convergente.- Si en el empalme no hay aristas vivas, apenas habrá pérdidas, pero si existen aristas vivas, la vena se contrae al salir, para en su avance, volver a contraerse a la salida, Fig XII.14. Para cada sección (ecuación de continuidad) se tiene:

$$Q = \mu'\,S_1\ v_1 = S_2\ v_2 = \mu''\,S\,v \quad \Rightarrow \quad v_1 = v\ \frac{\mu''\,S}{\mu'\,S_1} \quad ; \quad v_2 = v\ \frac{\mu''\,S}{S_2}$$

La altura total h disponible entre M (superficie libre) y N, es:

$$z_M + \frac{p_M}{\gamma} + \frac{v_M^2}{2\,g} = z_N + \frac{p_N}{\gamma} + \frac{v_N^2}{2\,g} + Pérdidas = \frac{v_N^2}{2\,g} + Pérdidas$$

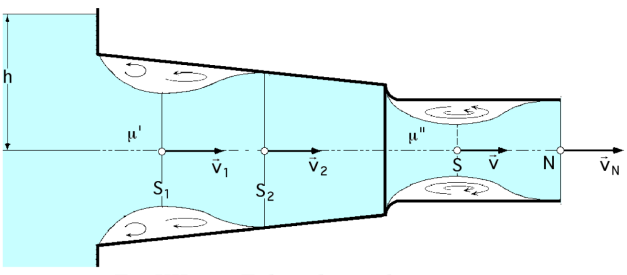


Fig XII.14.- Tubo adicional convergente

y como p_M y $\vec{v}_M$ son cero, resulta:

$$h = z_M = \frac{v_N^2}{2\,g} + Pérdidas$$

Las pérdidas accidentales son:

$$\frac{v_N^2}{2\,g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2\,g}$$

y sustituyendo en ellas $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ queda:

$$\frac{(v\ \frac{\mu''\ S}{\mu'\ S_1} - v\ \frac{\mu''\ S}{S_2})^2}{2\ g} + \xi\ \frac{v^2}{2\ g} = \{(\frac{\mu''\ S}{\mu'\ S_1} - \frac{\mu''\ S}{S_2})^2 + \xi\}\ \frac{v^2}{2\ g} = \theta\ \frac{v^2}{2\ g}$$

por lo que:

$$h = \frac{v^2}{2\ g} + \theta\ \frac{v^2}{2\ g} = \frac{v^2}{2\ g}\ (1 + \theta)\ \ ;\ \ v = \sqrt{\frac{2\ g\ h}{1 + \theta}} = \varepsilon\ \sqrt{2\ g\ h}$$

El caudal es:

$$Q = \mu''\ S\ v = \mu''\ S\ \varepsilon\ \sqrt{2\ g\ h} = \mu\ S\ \sqrt{2\ g\ h}$$

Las condiciones más favorables se tienen para una relación $\frac{Longitud\ del\ tubo}{Diámetro\ de\ salida} = 2{,}5$ y un ángulo de convergencia de 13,5º, lo cual supone que, μ = 0,947 y θ = 0,09.

XII.10.- MOVIMIENTO NO PERMANENTE EN FORONOMÍA

Desagüe de depósitos de sección variable.- Para el cálculo de los tiempos de vaciado de un depósito de sección variable, lleno de líquido, se iguala el volumen vaciado obtenido a partir del caudal, y el vaciado a partir del recipiente, en un tiempo *dt*, Fig XII.15. Si en el tiempo *t* la altura del líquido con respecto al fondo es *z*, el caudal saliente por el orificio de sección S, situado en el fondo, vale:

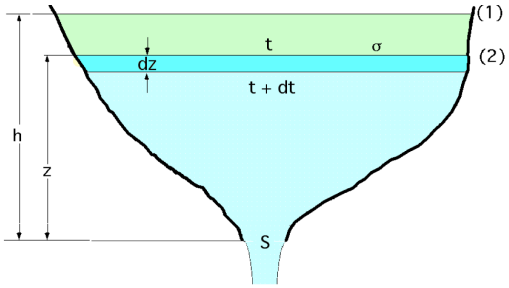


Fig XII.15.- Depósito de sección variable

$$q = \mu\ S\ \sqrt{2\ g\ z}$$

y el volumen de líquido extraído en el recipiente en el tiempo *dt*:

$$dV = q\ dt = m\ S\ \sqrt{2\ g\ z}\ dt$$

Si se toma σ como sección del líquido a la altura *z* y siendo *dz* el descenso de nivel en el mismo tiempo *dt*, se tiene:

$$dV = -\ \sigma\ dz\ \ ;\ \ \sigma = f(z)$$

apareciendo el signo (-) por ser el nivel decreciente; igualándolas resulta:

$$\mu\ S\ \sqrt{2\ g\ z}\ dt = -\ \sigma\ dz\ \ \ ;\ \ \ dt = \frac{-\ \sigma\ dz}{\mu\ S\ \sqrt{2\ g\ z}}$$

El tiempo total de vaciado es:

$$T = \int_h^z \frac{-\ \sigma\ dz}{\mu\ S\ \sqrt{2\ g\ z}} = \frac{1}{\mu\ S\ \sqrt{2\ g}}\ \int_h^z \frac{-\ \sigma\ dz}{\sqrt{z}} = \frac{1}{\mu\ S\ \sqrt{2\ g}}\ \int_z^h \frac{f(z)\ dz}{\sqrt{z}}$$

Desagüe de depósitos de sección constante.- De la expresión anterior, el tiempo de vaciado para este caso particular en que σ = *Cte*, Fig XII.16, es:

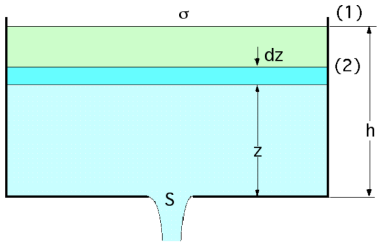


Fig XII.16.- Depósitos de sección constante

$$T = \frac{\sigma}{\mu\, S\sqrt{2\,g}} \int_0^h \frac{dz}{\sqrt{z}} = \ldots = \frac{2\,\sigma\,\sqrt{h}}{\mu\, S\,\sqrt{2\,g}}$$

El tiempo correspondiente a una variación de nivel Δh, es:

$$T_1 = \frac{2\,\sigma\,(\sqrt{z})_h^{h_1}}{\mu\, S\,\sqrt{2\,g}} = \frac{2\,\sigma\,(\sqrt{h_1} - \sqrt{h})}{\mu\, S\,\sqrt{2\,g}}$$

El tiempo necesario para vaciar una cantidad de líquido equivalente a todo el depósito, quedando siempre éste lleno, es decir, con carga constante h, es:

$$\sigma\, h = \mu\, S\,\sqrt{2\,g\,h}\;\; T' \quad ; \quad T' = \frac{\sigma\, h}{\mu\, S\,\sqrt{2\,g\,h}} = \frac{\sigma}{\mu\, S}\sqrt{\frac{h}{2\,g}} \quad \Rightarrow \quad T = 2\,T'$$

es decir: *el tiempo de vaciado de un depósito de sección constante es el doble del necesario para que se derrame la misma cantidad de líquido a carga constante*

Desagüe de depósitos alimentados.- Supondremos que q_e es el caudal entrante y Q_s el caudal saliente en el tiempo t, Fig XII.17, de la forma:

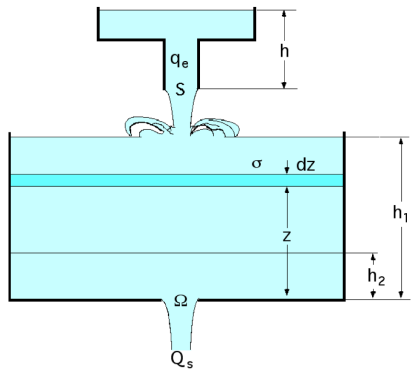


Fig XII.17.- Desagüe de depósitos alimentados

$$q_e = \mu\, S\,\sqrt{2\,g\,h} \quad ; \quad Q_s = \mu\, \Omega\,\sqrt{2\,g\,z}$$

La variación de volumen en el tiempo dt es:

$(Q_s - q_e)\,dt$ = *Vol. que desciende el depósito inferior* = $-\,\sigma\,dz$

Despejando el valor de dt, e integrando, se obtiene el tiempo T de vaciado:

$$dt = \frac{-\,\sigma\,dz}{Q_s - q_e} = \left| \begin{array}{l} q_e = \mu\, S\,\sqrt{2\,g\,h} \\ Q_s = \mu\, \Omega\,\sqrt{2\,g\,z} \end{array} \right| = \frac{-\,\sigma\,dz}{\mu\,\sqrt{2\,g}\,(\Omega\sqrt{z} - S\sqrt{h})}$$

$$T = \frac{1}{\mu\,\sqrt{2\,g}} \int_{h_1}^{h_2} \frac{-\,\sigma\,dz}{\Omega\sqrt{z} - S\sqrt{h}}$$

$$Si\ \sigma = Cte\!: \quad T = \frac{\sigma}{\mu\sqrt{2\,g}} \int_{h_1}^{h_2} \frac{-\,dz}{\Omega\sqrt{z} - S\sqrt{h}} = \ldots = \frac{2\,\sigma}{\mu\sqrt{2\,g}\;\Omega^2} \left\{ (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})\,\Omega + S\sqrt{h}\;\ln\frac{\Omega\sqrt{h_1} - S\sqrt{h}}{\Omega\sqrt{h_2} - S\sqrt{h}} \right\}$$

$$Si\ \Omega = S\!: \quad T = \frac{2\,\sigma}{\mu\,\sqrt{2\,g}\;\Omega^2} \left\{ (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}) + \sqrt{h}\;\ln\frac{\sqrt{h_1} - \sqrt{h}}{\sqrt{h_2} - \sqrt{h}} \right\}$$

Si, $h = h_1$, el tiempo de vaciado sería infinito, es decir, no se vaciaría, puesto que entraría la misma cantidad de líquido que saliese por el orificio

Si, $h > h_1$, el logaritmo es (-) lo que no tiene significado físico

Si, $h < h_1$, disminuye el nivel del depósito, siendo el tiempo un número real

Si, $h = 0$, no existe alimentación, y se vuelve al caso de un solo depósito

XII.11.- DESAGÜE A TRAVÉS DE ORIFICIOS SUMERGIDOS

El tiempo necesario para pasar desde h a z, se calcula en la siguiente forma, Fig XII.18:

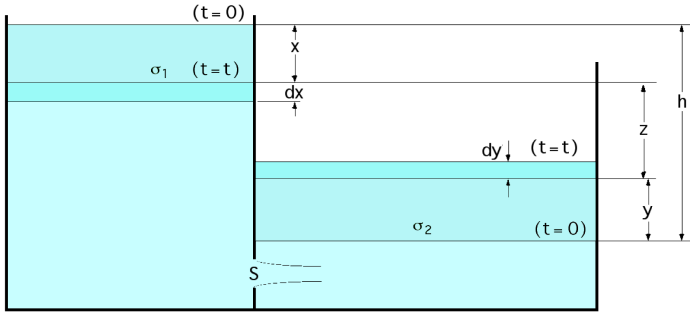


Fig XII.18.- Orificio sumergido

Si x representa el descenso de nivel en el primer depósito, y el ascenso en el segundo, siendo z el desnivel después de la operación, se cumple siempre que:

$$x + y + z = h \quad \Rightarrow \quad dx + dy + dz = 0$$

El volumen de líquido que pasa a través del orificio es:

$$\sigma_1\, dx = \sigma_2\, dy = \mu\, S\, \sqrt{2\, g\, z}\, dt \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{\mu\, S\, \sqrt{2\, g\, z}\, dt}{\sigma_1} \quad ; \quad dy = \frac{\mu\, S\, \sqrt{2\, g\, z}\, dt}{\sigma_2}$$

y sustituyendo dx y dy, resulta:

$$dx + dy + dz = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mu\, S\, \sqrt{2\, g\, z}\, dt}{\sigma_1} + \frac{\mu\, S\, \sqrt{2\, g\, z}\, dt}{\sigma_2} + dz = 0 \quad ; \quad dt = \frac{-\,\sigma_1\, \sigma_2\, dz}{(\sigma_1 + \sigma_2)\, \mu\, S\, \sqrt{2\, g\, z}}$$

e integrándola entre los límites h y z se obtiene el tiempo T de vaciado:

$$T = \frac{-\,\sigma_1\, \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)\, \mu\, S\, \sqrt{2\, g}} \int_h^z \frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{2\, \sigma_1\, \sigma_2\, (\sqrt{h} - \sqrt{z})}{(\sigma_1 + \sigma_2)\, \mu\, S\, \sqrt{2\, g}}$$

Los depósitos igualan sus niveles cuando:

$$z = 0 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\, \sigma_1\, \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)\, \mu\, S} \sqrt{\frac{h}{2\, g}}$$

XII.12.- VERTEDEROS

Un vertedero es una obstrucción en la solera de un canal que debe ser sobrepasado por una corriente; se puede interpretar también como un orificio descubierto en su parte superior, o como un muro que interrumpiendo una corriente de agua, obliga al líquido a derramarse por el borde del mismo; son pues, orificios incompletos.

Para ciertas geometrías, las más simples y usuales, el caudal Q' se correlaciona con la altura h, aguas arriba del vertedero, pudiéndose interpretar también el vertedero como un medidor elemental, pero efectivo, del caudal en canales abiertos.

Pueden ser $\begin{cases} \text{- libres} \\ \text{- sumergidos} \end{cases}$ según que el nivel del agua, aguas abajo del vertedero, sea inferior o superior, respectivamente, al del umbral.

También pueden ser:

- *Con contracción completa y perfecta, la longitud del umbral tiene que ser menor que la anchura del canal*
- *Con contracción incompleta, la longitud del umbral es igual a la anchura del canal*

Por lo que respecta al espesor de la pared, se tienen los vertederos en pared delgada, cuando el borde de la pared sobre la cual vierte es un arista viva, por cuanto el agua o líquido que se derrama tiene que tocar al vertedero sólo en esa arista, mientras que en pared gruesa sucede el caso contrario. En ambos casos, pared delgada o gruesa, el flujo aguas arriba es subcrítico, acelerándose a crítico cerca de la cima del vertedero y rebosando en forma de lámina supercrítica, chapotea en la corriente aguas abajo.

El caudal q por unidad de anchura, es proporcional a $h^{3/2}$

La carga h es la distancia entre la superficie libre del agua a cierta distancia del vertedero aguas arriba, y el umbral o cresta del mismo.

La forma del vertedero más conveniente es la rectangular, aunque existen la triangular, trapecial y circular.

La característica de un vertedero se define como la función, $q = f(h)$.

Vertedero en pared delgada.- Sea el vertedero de la Fig XII.19; llamamos G_0 y G_1 a los c.d.g. de las secciones 0 y 1. En 0 la velocidad puede ser nula o no; el espesor de la capa líquida sobre la cresta es e, y el derrame se verifica al aire; la carga varía desde h hasta $(h - e)$.

Aplicando Bernoulli entre 0 y 1 se encuentra, para flujo unidimensional y sin fricción:

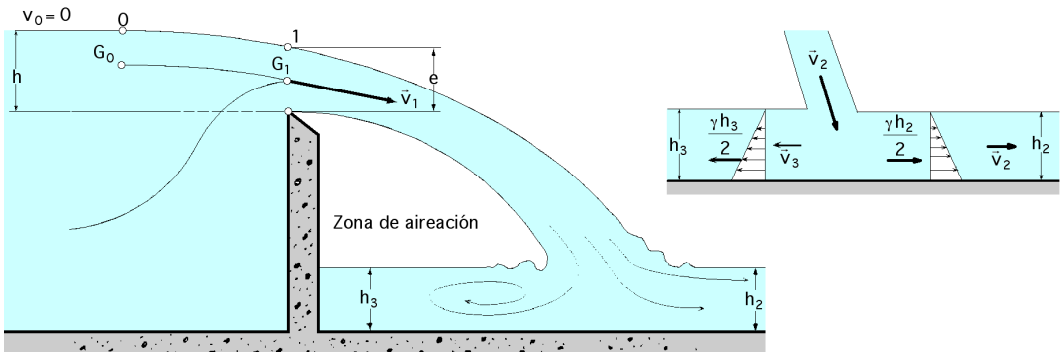


Fig XII.19.- Vertedero en pared delgada, y aguas abajo

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_{0t}^2}{2\,g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_{1t}^2}{2\,g}$$

$$\frac{v_{1t}^2}{2\,g} = (z_0 - z_1) + \frac{p_0 - p_1}{\gamma} + \frac{v_{0t}^2}{2\,g} = \left| \begin{array}{l} p_0 = p_{atm} + g\,(h - z_0) \\ p_1 = p_{atm} \end{array} \right| =$$

$$= (z_0 - z_1) + \frac{p_{atm} + \gamma\,(h - z_0) - p_{atm}}{\gamma} + \frac{v_{0t}^2}{2\,g} = (h - z_1) + \frac{v_{0t}^2}{2\,g} = h - \frac{e}{2} + \frac{v_{0t}^2}{2\,g}$$

$$v_{1t} = \sqrt{v_{0t}^2 + 2\,g\,(h - \frac{e}{2})}$$

en la que e viene dada experimentalmente, oscilando su valor entre $(0{,}72\,h \le e \le h)$ por lo que se puede tomar un valor medio $e = 0{,}86\,h$, quedando el valor de $\vec{v}_{1t}$ en la forma:

$$v_{1t} = \sqrt{v_{0t}^2 + 2\,g\,(h - \frac{0{,}86\,h}{2})} = \sqrt{v_{0t}^2 + 11{,}18\,h}$$

Para: $\begin{cases} v_{0t} = 0 \\ v_{1t} = 3{,}344\sqrt{h} \end{cases}$, se tiene:

$$Q = \mu\,\Omega\,\sqrt{2\,g\,z} = \mu\,(0{,}86\,b\,h)\sqrt{v_{0t}^2 + 2\,g\,(h - \frac{e}{2})} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} para,\ \mu = 0{,}62\ ;\ Q = 1{,}78\,b\,h^{3/2} \\ para,\ \mu = 0{,}652\ ;\ Q = 1{,}874\,b\,h^{3/2} \end{array} \right.$$

Por lo que respecta al vertedero aguas abajo, se puede interpretar que, como la cara superior y la cara inferior de la vena están en contacto con la atmósfera, la presión en toda la sección es aproximadamente la atmosférica.

El remanso que se forma debajo de la vena, Fig XII.19, tiende a elevar su nivel sobre el de las aguas, aguas abajo, ya que se ejerce una fuerza hidrostática que equilibra la fuerza creada por la variación de la cantidad de movimiento inherente a la desviación del chorro.

Aplicando el Teorema de la Cantidad de Movimiento $\Delta F\,t = m\,\Delta v$, se obtiene:

$$\Delta F = \frac{\gamma\,h_3^2}{2} - \frac{\gamma\,h_2^2}{2} \quad ; \quad t = 1\ \text{seg}$$

$$m = V\,\rho = q\,\rho \quad ; \quad \Delta v = v_2 - v_3 = \left| v_3 = v_2 \cos\theta \right| = v_2 - v_2 \cos\theta = v_2\,(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{\gamma}{2}\,(h_3^2 - h_2^2)\,1\,seg = \rho\,q\,v_2\,(1 - \cos\theta) \quad \Rightarrow \quad q = \frac{\gamma\,(h_3^2 - h_2^2)}{2\,\rho\,(1 - \cos\theta)\,v_2}$$

en la que q es el caudal por unidad de anchura y θ el ángulo de inclinación del chorro al incidir contra la solera del canal.

El caudal total es: $Q = b\,q$

Vertedero en pared gruesa.- En este tipo de vertederos, en su parte superior se crea una corriente unidimensional en condiciones próximas a la crítica, Fig XII.20, pudiéndose interpretar como un orificio prolongado en canal, del que sabemos:

$$v_2 = \sqrt{2\,g\,z} = \sqrt{2\,g\,(h - e)}$$

con $v_0 = 0$, siendo $\vec{v}_2$ la velocidad teórica en la cresta del vertedero, luego:

$$Q = \mu\,b\,e\,\sqrt{2\,g\,(h - e)}$$

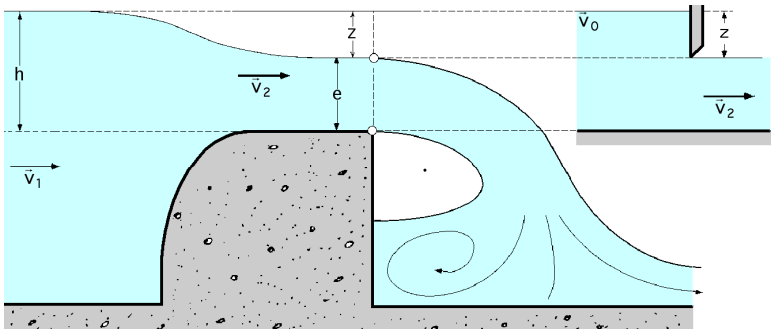


Fig XII.20.- Vertedero en pared gruesa

El caudal máximo se obtiene para:

$$\frac{dQ}{de} = \mu\,b\sqrt{2\,g}\,\left(\sqrt{h - e} - \frac{e}{2\sqrt{h - e}}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad e = \frac{2\,h}{3}$$

$$Q_{máx} = \mu\,b\,\frac{2\,h}{3}\sqrt{2\,g\,\left(h - \frac{2\,h}{3}\right)} = \ldots = 1{,}704\,\mu\,b\,h^{3/2}$$

Cuando $v_0 \neq 0$, habrá que incrementar h en la carga debida a la velocidad aguas arriba, que es función de la velocidad que previamente habíamos despreciado y que vendrá afectada de un coeficiente α, cuyo valor medio es 1,667. En estas condiciones el gasto toma la forma:

$$Q = \mu\,b\,\left(h + \frac{\alpha\,v_0^2}{2\,g}\right)\sqrt{2\,g\,\left(h + \frac{\alpha\,v_0^2}{2\,g}\right)} = \mu\,b\,\sqrt{2\,g\,\left(h + \frac{\alpha\,v_0^2}{2\,g}\right)^3} = \mu\,b\,h\,\sqrt{2\,g\,h\,\left(1 + \frac{\alpha\,v_0^2}{2\,g\,h}\right)^3}$$

y desarrollándola por Newton, se obtiene:

$$Q = \mu\ b\ h \sqrt{2\ g\ h}\ \left(1 + \binom{3/2}{1} \frac{\alpha\ v_0^2}{2\ g\ h} + \binom{3/2}{2} \left(\frac{\alpha\ v_0^2}{2\ g\ h}\right)^2 + \ldots\right) = \mu\ b\ h \sqrt{2\ g\ h}\ \left(1 + \frac{3}{2}\ \frac{\alpha\ v_0^2}{2\ g\ h} + \ldots\right) = \beta\ b\ h\ \sqrt{2\ g\ h}$$

que es análoga a la obtenida en pared delgada, habiendo hecho

$$\beta = \mu\ \left(1 + \frac{3}{2}\ \frac{\alpha\ v_0^2}{2\ g\ h}\right)$$

valor que se puede obtener directamente de la Tabla XII.10.

Además, como este vertedero se puede asimilar a un orificio rectangular en que $h_0 = 0$, se puede aplicar para el caudal la ecuación deducida para el mismo, haciendo $h_0 = 0$, es decir:

$$Q = \frac{2}{3}\ \mu\ b\ \sqrt{2\ g}\ \{\sqrt{(h_1 + z)^3}\ -\ \sqrt{z^3}\ \} = 2{,}95\ \mu\ b\ \{\sqrt{(h_1 + z)^3}\ -\ \sqrt{z^3}\ \} \quad ; \quad z = \frac{v_0^2}{2\ g}$$

en la que el valor de μ es, para vertederos con: $\begin{cases} - \text{ aristas agudas: } 0{,}63 < \mu < 0{,}68 \\ - \text{ coronación redondeada: } 0{,}80 < \mu < 0{,}83 \end{cases}$

Bazin propone que la lámina se $\begin{cases} - \text{ apoya en el umbral según, } e > 2h/3 \\ - \text{ separa del umbral según, } e < 2\ h \end{cases}$; si la lámina se separa se trata como si fuese pared delgada, y si no se separa se puede utilizar una ecuación de la forma:

$$Q = \beta'\ b\ h\ \sqrt{2\ g\ h} = \beta\ (0{,}7 + 0{,}185\ \frac{h}{e})\ b\ h\ \sqrt{2\ g\ h}$$

Formas de la lámina.- La forma de la lámina depende de la disposición del vertedero y del caudal. Cuando la lámina, al pasar por el umbral del vertedero, deje un espacio aireado de forma que el aire circule por debajo de la misma sometido a la presión atmosférica, la lámina se dice libre, y el vertedero se puede considerar como de pared delgada, aplicando para la obtención del caudal, la formulación obtenida anteriormente.

Si por la disposición de las paredes del canal aguas abajo no existe ventilación de la lámina líquida como en el caso anterior, estando el agua en contacto con las paredes aguas arriba y aguas abajo, el aire se enrarecerá, elevándose la corriente líquida aguas abajo, y al aproximarse la lámina al vertedero se origina una depresión en la lámina, aumentando el coeficiente de gasto en la expresión del caudal que varía

Cuando la altura de la lámina respecto del umbral sea pequeña, la corriente experimenta un resbalamiento, quedando en contacto con el paramento aguas abajo, por lo que la lámina se adhiere, aumentando el coeficiente de gasto hasta un valor 1,3, y estableciéndose este tipo de régimen para cargas pequeñas.

Cuando aguas arriba del vertedero se cumpla que $0{,}4 < p/h < 2{,}5$ siendo p la profundidad aguas arriba, y que por la elevación del nivel aguas abajo la parte inferior quede totalmente anega-

da, alargándose sin separarse del paramento, (lámina sumergida por debajo), el coeficiente de gasto en la formulación del caudal varía según p/h desde su valor general, hasta 1,12; 1,08 del de lámina libre.

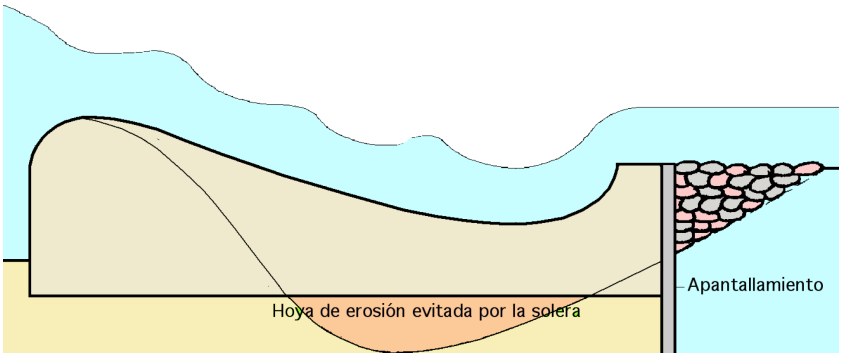


Fig XII.21

Bazin distingue dos casos:

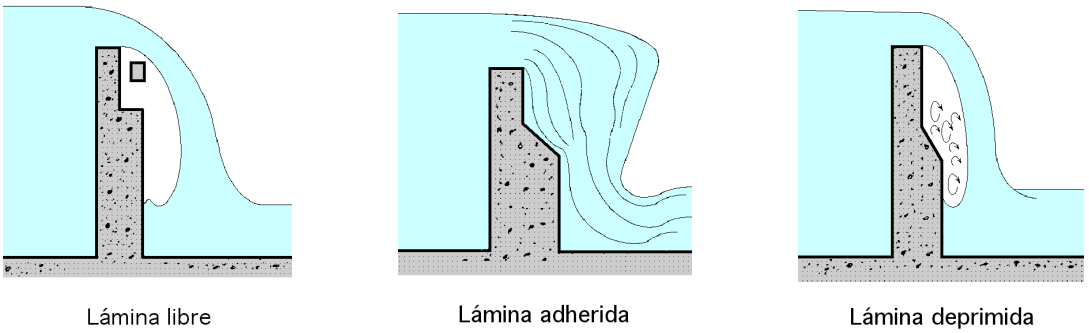
- *Para lámina simplemente sumergida, cuando se cumpla que $h < 0{,}4\ H$, el coeficiente de gasto es:*

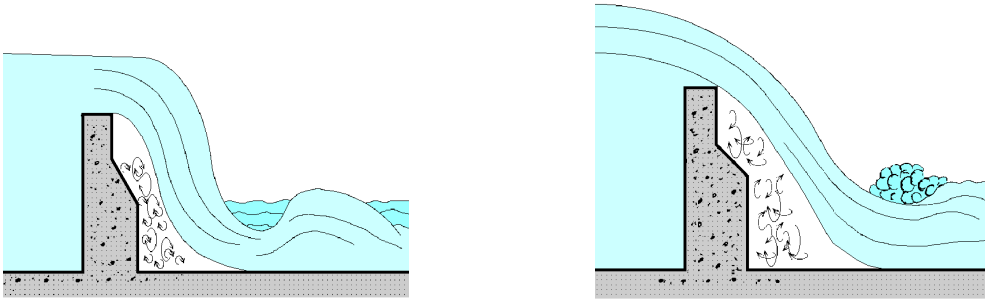
$$\mu = 0{,}47 + 0{,}0075 \left(\frac{p}{h}\right)^2$$

- *Para lámina completamente sumergida, cuando se cumpla que $h_1 = 0{,}75\ H$, el coeficiente de gasto es:*

$$\mu = \mu_1 \left(1{,}05 + 0{,}15\ \frac{h_1}{p}\right)$$

en la que μ_1 está tabulada, para diversos valores de h y p.





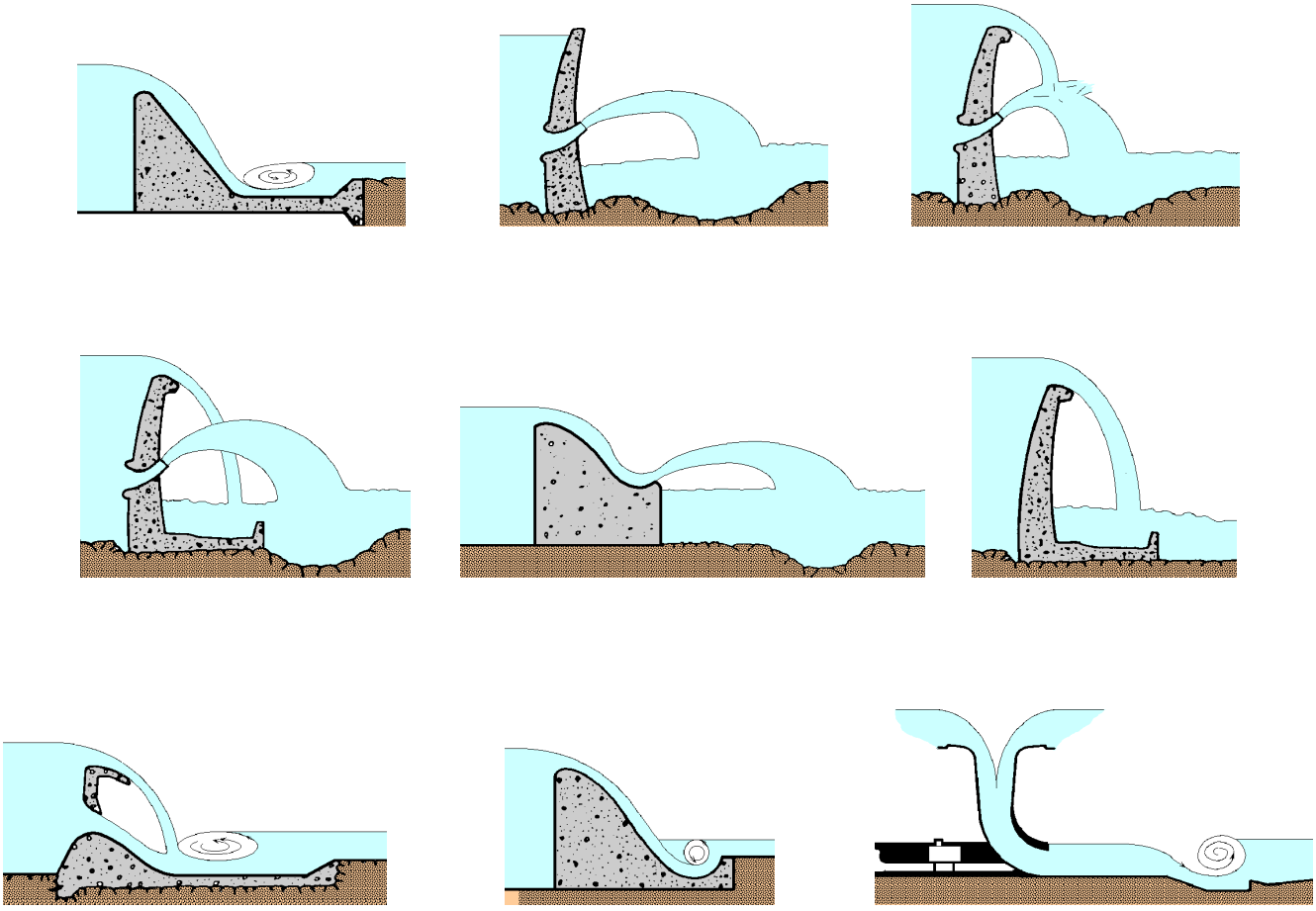


Fig XII.22.- Formas diversas de láminas

Vertedero con contracción incompleta.- Cuando la longitud del vertedero sea menor que la anchura del canal y $b > 4\ h$, la sección de la vena líquida experimenta una contracción en una o dos paredes, viniendo expresado el gasto por:

Contracción en una pared: $Q = \beta\ (b - 0{,}1\ h)\ h\ \sqrt{2\ g\ h}$

Contracción en dos paredes: $Q = \beta\ (b - 0{,}2\ h)\ h\ \sqrt{2\ g\ h}$

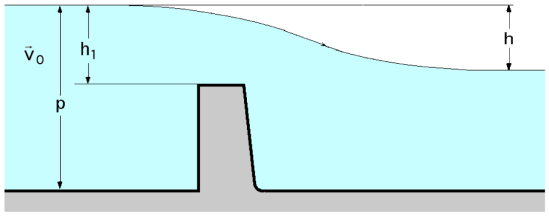


Fig XII.23.- Vertedero sumergido

Vertedero sumergido.- El nivel aguas abajo es superior a la coronación del vertedero, Fig XII.23. Para determinar el caudal, se aplica una fórmula que se corresponde con la de un orificio parcialmente sumergido, de la forma:

$$Q = \mu_1\ b\ (h_1 - h)\ \sqrt{2\ g\ (h + \frac{v_0^2}{2\ g})} + \frac{3}{2}\ \mu_2\ b\ \sqrt{2\ g}\ \{\sqrt{(h_1 + \frac{v_0^2}{2\ g})^3} - \sqrt{(\frac{v_0^2}{2\ g})^3}\ \}$$

Los valores de μ_1 son los ya expuestos, y los de $\mu_2 = 0{,}68 \div 0{,}83$, según haya o no contracción lateral; la geometría de la coronación del vertedero influye en estos valores, en la forma:

$\mu_2 = 0{,}63 \div 0{,}68$ *para vertederos con aristas agudas*

$\mu_2 = 0{,}80 \div 0{,}83$ *para vertederos con coronación redondeada*

Si el vertedero está prolongado en canal, desagüe de fondo, se propone: $\psi_1 = \mu_2 = 0{,}80$.

Tabla XII.10.-Valores del coeficiente β *para diferentes cargas y profundidades*

	Profundidades en m									
h (m)	*0,2*	*0,3*	*0,4*	*0,5*	*0,6*	*0,8*	*1*	*1,5*	*2*	*>2*
0,05	*0,458*	*0,453*	*0,451*	*0,45*	*0,449*	*0,449*	*0,445*	*0,448*	*0,443*	*0,448*
0,06	*0,456*	*0,45*	*0,447*	*0,445*	*0,445*	*0,444*	*0,443*	*0,443*	*0,443*	*0,443*
0,08	*0,456*	*0,447*	*0,448*	*0,441*	*0,44*	*0,438*	*0,433*	*0,437*	*0,437*	*0,436*
0,1	*0,459*	*0,447*	*0,442*	*0,439*	*0,437*	*0,435*	*0,484*	*0,483*	*0,483*	*0,432*
0,12	*0,462*	*0,448*	*0,442*	*0,438*	*0,486*	*0,433*	*0,432*	*0,43*	*0,43*	*0,429*
0,14	*0,466*	*0,45*	*0,448*	*0,438*	*0,435*	*0,482*	*0,43*	*0,428*	*0,428*	*0,427*
0,16	*0,471*	*0,463*	*0,444*	*0,438*	*0,435*	*0,431*	*0,429*	*0,427*	*0,426*	*0,425*
0,18	*0,476*	*0,456*	*0,445*	*0,439*	*0,435*	*0,431*	*0,428*	*0,426*	*0,425*	*0,423*
0,2	*0,48*	*0,459*	*0,447*	*0,44*	*0,436*	*0,431*	*0,428*	*0,425*	*0,428*	*0,421*
0,22	*0,484*	*0,462*	*0,449*	*0,442*	*0,437*	*0,481*	*0,428*	*0,424*	*0,423*	*0,42*
0,24	*0,488*	*0,465*	*0,452*	*0,444*	*0,438*	*0,432*	*0,428*	*0,424*	*0,422*	*0,419*
0,26	*0,492*	*0,468*	*0,455*	*0,446*	*0,44*	*0,432*	*0,429*	*0,424*	*0,422*	*0,419*
0,28	*0,496*	*0,472*	*0,457*	*0,448*	*0,441*	*0,433*	*0,429*	*0,424*	*0,422*	*0,418*
0,3	*0,5*	*0,475*	*0,46*	*0,45*	*0,443*	*0,434*	*0,43*	*0,424*	*0,421*	*0,417*
0,35	*0,482*	*0,465*	*0,458*	*0,447*	*0,437*	*0,431*	*0,431*	*0,421*	*0,416*	*0,416*
0,4		*0,489*	*0,472*	*0,459*	*0,451*	*0,44*	*0,433*	*0,424*	*0,421*	*0,414*
0,45		*0,495*	*0,477*	*0,484*	*0,455*	*0,442*	*0,485*	*0,424*	*0,421*	*0,413*
0,5			*0,488*	*0,468*	*0,459*	*0,445*	*0,437*	*0,424*	*0,421*	*0,412*

Ejemplo.- *Determinar el caudal en un vertedero en el que* $h_1 = 1{,}05$ *m y* $h = 0{,}5$ *m. Velocidad del agua aguas arriba* $v_0 = 0{,}7$ *m/seg; anchura del vertedero* $b = 11{,}1$ *m.*

Para vertedero sumergido se puede tomar $\mu_1 = 0{,}63$ y $\mu_2 = 0{,}7$, por lo que el caudal es:

$$Q = \mu_1\ b\ (h_1 - h)\sqrt{2\,g\,(h + \frac{v_0^2}{2\,g})} + \frac{3}{2}\ \mu_2\ b\ \sqrt{2\,g}\ \{\sqrt{(h_1 + \frac{v_0^2}{2\,g})^3} - \sqrt{(\frac{v_0^2}{2\,g})^3}\} =$$

$$= 0{,}63 \times 11{,}1\ (1{,}05 - 0{,}5)\sqrt{2\,g\,(0{,}5 + \frac{0{,}7^2}{2\,g})} + \frac{3}{2} \times 0{,}7 \times 11{,}1\ \sqrt{2\,g}\ \{\sqrt{(1{,}05 + \frac{0{,}7^2}{2\,g})^3} - \sqrt{(\frac{0{,}7^2}{2\,g})^3}\} = 20{,}15\ \frac{m^3}{seg}$$

Existen otras fórmulas, como las de *Dubuat y Bazin,* que consideran a este vertedero como constituido por un vertedero libre y otro sumergido; aplicando a cada uno la fórmula del gasto correspondiente con el mismo coeficiente, se obtiene, sumándolos, el caudal del vertedero:

Fórmula de Dubuat: $Q = 0{,}41\ b\ (h + \frac{h'}{2})\sqrt{2\,g\,(h - h')}$, *con:* $v_0 = 0$

Fórmula de Bazin: $Q = 1{,}05\ \mu\ (b + \frac{h}{5\,p}\sqrt[3]{\frac{h - h'}{h}})\sqrt{2\,g\,(h - h')}$, *con :* $v_0 \neq 0$

en la que h' es la diferencia de cotas entre el nivel aguas abajo y la coronación del vertedero, y p la profundidad de éste (aguas arriba).

Ejemplo.- *Determinar el caudal en un vertedero en el que* $h' = 0{,}3$ *m,* $h = 0{,}5$ *m y* $b = 2{,}8$ *m.*

Fórmula de Dubuat: $Q = 0,41 \times 2,8 \left(0,5 + \frac{0,3}{2}\right) \sqrt{2\,g\,(0,5 - 0,3)} = 1,487\ l/seg$

Vertedero inclinado.- En este caso se utiliza:

$$Q = \beta^{*} b\, h\, \sqrt{2\,g\,h} = \varepsilon\, \beta\, b\, h\, \sqrt{2\,g\,h}$$

viniendo afectado β por un factor de corrección ε de la Tabla XII.11.

Tabla XII.11.- Factor ε de corrección del valor de β para vertederos inclinados

Inclinación del vertedero	*Aguas arriba*	*Aguas abajo*
1 de altura por 4 de base	------	*1,09*
1 de altura por 2 de base	*0,93*	*1,12*
1 de altura por 1 de base	*0,93*	*1,10*
3 de altura por 2 de base	*0,94*	*1,07*
3 de altura por 1 de base	*0,95*	*1,04*
1 de altura por 0 de base	*1,00*	*1,00*

Vertedero circular.- El caudal se calcula a partir de la siguiente formulación, Fig XII.24:

$$Q = \mu\, \omega\, \sqrt{2\,g\,h} = \left(0,35 + \frac{2}{1000\,h}\right)\left\{1 + \left(\frac{w}{\Omega}\right)^2\right\} \omega\, \sqrt{2\,g\,h} \quad ,\ Hégly$$

$$Q = c\, q_i \sqrt{d^5} = c\left\{3,203\left(\frac{h}{d}\right)^{1,975} - 0,842\left(\frac{h}{d}\right)^{3,78}\right\} \sqrt{d^5} \quad ,\ (Staus\ y\ von\ Sanden)$$

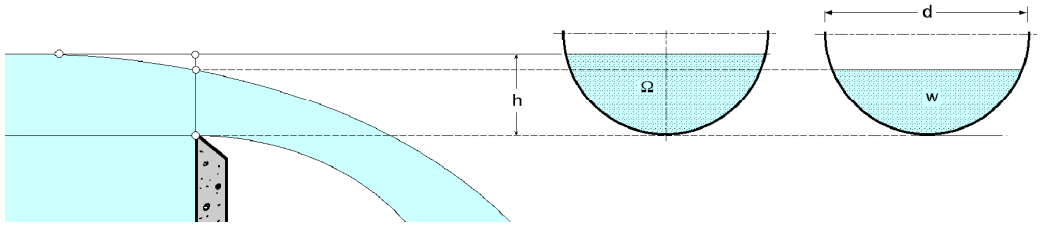


Fig XII.24.- Vertedero circular

$$siendo \begin{cases} c = 0,555 + \dfrac{d}{110\,h} + 0,041\,\dfrac{h}{d} \quad ,\ Staus \\ c = \left(0,558\, d^{-0,025} + 0,085 - \dfrac{w}{10\,d\,h}\right)\left\{1 + \left(\dfrac{w}{\Omega}\right)^2\right\} \quad ,\ Jorisseau \end{cases}$$

Estos vertederos son de fácil construcción, empleándose para la medida de pequeños caudales

Vertedero triangular.- En la zona rayada de la Fig XII.25, se tiene:

$$dQ = \mu\, x\, \sqrt{2\,g\,z}\, dz = \left| \begin{array}{l} \dfrac{b}{h} = \dfrac{x}{h - z} \\ x = \dfrac{h - z}{h}\, b \end{array} \right| = \mu\, \frac{h - z}{h}\, b\, \sqrt{2\,g\,z}\, dz$$

$$Q = \mu\, \frac{b}{h} \int_0^h (h - z)\, \sqrt{2\,g\,z}\, dz = \mu\, \frac{b}{h}\, \sqrt{2\,g}\, \left(\frac{2\,\sqrt{h^5}}{3} - \frac{2\,\sqrt{h^5}}{5}\right) = \frac{4\,\mu\,b\,h\,\sqrt{2\,g\,h}}{15}$$

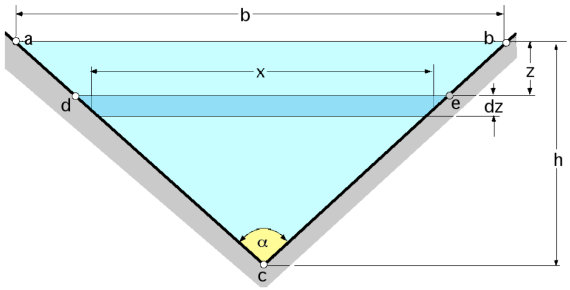


Fig XII.25.- Vertedero triangular

$$Para: \begin{cases} b/h = 2 \;;\quad \mu = 0{,}59 \;;\quad \alpha = 90^\circ \\ b/h = 4 \;;\quad \mu = 0{,}62 \;;\quad \alpha = 126^\circ 52' 11'' \end{cases}$$

y como $b = 2\,h\,tg\,\theta$, con $\theta = \alpha/2$, sustituyendo en la expresión del caudal se obtiene:

$$Q = \frac{8}{15}\,\mu\,\sqrt{2\,g\,h^5}\;tg\,\frac{\alpha}{2}$$

Vertedero trapecial.- Si se supone que la sección transversal del vertedero es un trapecio isósceles, Fig XII.26, con $L = 2\,b$, el caudal es:

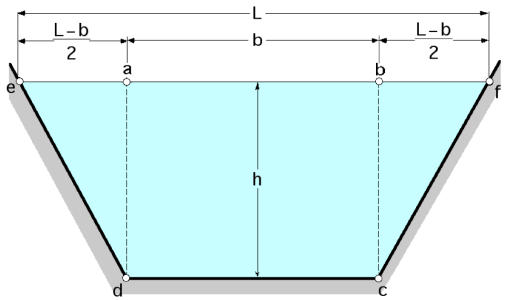


Fig XII.26.- Vertedero trapecial

$$Q = Q_1 + Q_2 =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{En la sección (abcd):}\;\; Q_1 = \mu\,b\,h\,\sqrt{2\,g\,h} \\ \text{En las secciones } \begin{cases} (ead) \\ (fbc) \end{cases}\!: \;\; Q_2 = \dfrac{4}{15}\,\mu\,(L - b)\,h\,\sqrt{2\,g\,h} \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{19}{15}\,\mu\,b\,h\,\sqrt{2\,g\,h}$$