II.- FUNDAMENTOS DE HIDROSTÁTICA

pfernandezdiez.es

II.1.- TEOREMAS HIDROSTÁTICOS

Dentro de los líquidos en reposo, solamente es posible una forma de tensión, la de compresión, es decir, la presión hidrostática, de la que se derivan las siguientes propiedades:

a) En un fluido en reposo, la presión en un punto cualquiera es normal a la superficie sobre la cual se ejerce. En efecto, si se supone que no es normal, deberá tener una dirección cualquiera; si la fuerza no perpendicular a la superficie es $\vec{F}$, se puede descomponer en dos, una paralela a la superficie, y 25otra normal. La fuerza paralela hace que las capas de fluido deslicen unas sobre otras, (fuerzas de viscosidad), en contra del principio de que en Hidrostática la viscosidad es nula, Fig II.1.

Por lo tanto:

- $\vec{F}_1 = 0$, *(Fuerza de viscosidad)* ; $\vec{F}_1 = 0$; $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$; $\vec{F} = \vec{F}_2$

luego tiene que ser perpendicular.

25**,** cualquiera sea la dirección de aquella, es decir, la presión no depende del ángulo de inclinación de la superficie sobre la que actúa.

Si por un punto A del fluido se hacen pasar tres planos que formen un sistema ortogonal S_1, S_2 y S_3, Fig II.2, y un cuarto plano infinitamente próximo al punto A, y perpendicular a la dirección de la presión escogida en A, y se aplican las ecuaciones mecánicas de equilibrio, $\Sigma F = 0$, sobre los tres ejes elegidos, y teniendo en cuenta las siguientes observaciones:

- *La presión p forma ángulos* α , β , γ, *con los ejes cartesianos elegidos.*
- *Sobre cada cara* S_1, S_2 *y* S_3 *se ejercen las presiones* p_1 , p_2 , p_3
- *El peso de la masa líquida G contenida en el tetraedro formado por los cuatro planos, pasa por el c.d.g. del tetraedro*

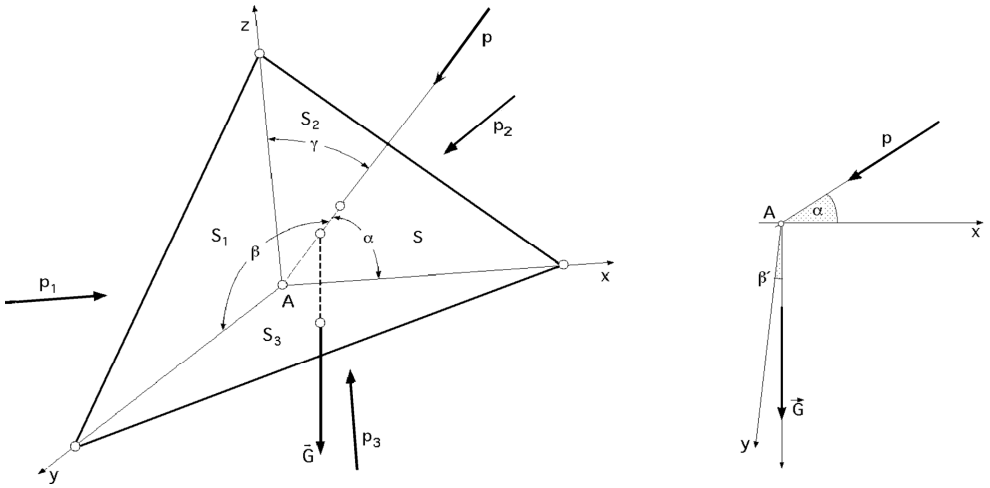


Fig II.2.- Presión en un punto

se obtiene la proyección sobre:
$$\begin{cases} Ax:\ p_1\ S_1 + 0 + 0 - p\ S\cos\alpha\ - G\cos\alpha' = 0 \\ Ay:\ p_2\ S_2 + 0 + 0 - p\ S\cos\beta\ - G\cos\beta' = 0 \\ Az:\ p_3\ S_3 + 0 + 0 - p\ S\cos\gamma\ - G\cos\gamma' = 0 \end{cases}$$

y como el cuarto plano S está muy próximo al punto A, al tomar límites el valor de G tiende a cero, por lo que se tiene:

$$\begin{cases} p_1\ S_1 = P\ S\ \cos\alpha \\ p_2\ S_2 = P\ S\ \cos\beta \\ p_3\ S_3 = p\ S\ \cos\gamma \end{cases} \quad , \quad y\ como: \quad \begin{cases} S_1 = S\ \cos\alpha \\ S_2 = S\ \cos\beta \\ S_3 = S\ \cos\gamma \end{cases} \quad \Rightarrow \quad p_1 = p_2 = p_3 = p$$

por lo que la presión no es una función vectorial, por cuanto es la misma para cualquier dirección, pero diferente en cada punto, por lo que:

$$p = f(x, y, z) \quad ; \quad dp = \frac{\partial p}{dx}\,dx + \frac{\partial p}{dy}\,dy + \frac{\partial p}{dz}\,dz$$

Esta propiedad de la presión hidrostática para líquidos en reposo, se cumple también para líquidos no viscosos en movimiento. Sin embargo, para líquidos viscosos en movimiento, surgen tensiones tangenciales, por lo que la presión hidromecánica, en rigor, no posee la propiedad indicada.

II.2.- ECUACIONES DIFERENCIALES DE EQUILIBRIO DE UNA MASA LIQUIDA

Vamos a obtener las ecuaciones diferenciales del equilibrio de un líquido en el caso más general, cuando sobre el mismo actúe no solo la fuerza de gravedad, sino también otras fuerzas de masa.

Consideraremos en un líquido en reposo, un punto cualquiera M de coordenadas x, y, z, y presión p; en el líquido de densidad ρ, tomamos un volumen elemental en forma de paralelepípedo con sus aristas paralelas a los ejes de coordenadas, e iguales respectivamente a dx, dy y dz, en el que el pun-

to M es uno de sus vértices, Fig II.3. Al examinar las condiciones de equilibrio del volumen elegido, representamos por $\vec{F}(X,Y,Z)$ a la resultante de las fuerzas exteriores por unidad de masa, por lo que las fuerzas que actúan sobre el volumen escogido según las direcciones de los ejes de coordenadas serán iguales a estas componentes multiplicadas por la masa del volumen elegido.

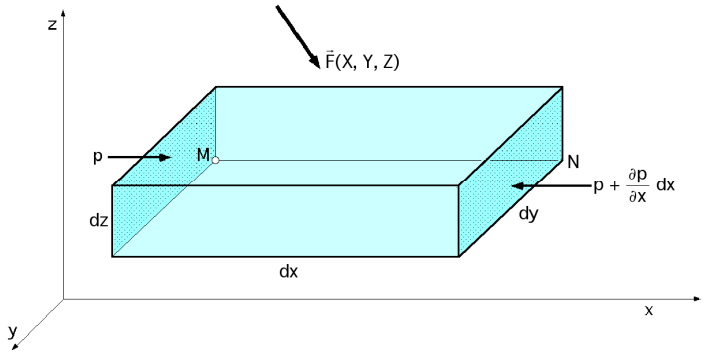


Fig II.3.- Volumen infinitesimal de líquido en reposo

La presión *p* es función de las coordenadas (x, y, z) del punto M; al pasar del punto M, por ejemplo, al punto N, cambia sólo la coordenada *x*, en una magnitud infinitesimal *dx*, por lo que teniendo en cuenta el Teorema de la Media, la presión en el punto N es:

$$p_N = p + \frac{\partial p}{dx}\, dx$$

Aplicando la ecuación de equilibrio al paralelepípedo en los tres ejes de coordenadas $\Sigma F = 0$, y teniendo en cuenta una masa unidad *(ρ dx dy dz = 1)* y que no existe rozamiento entre los filetes del líquido, por lo que no hay viscosidad, η = *0*, se obtiene:

$$\begin{cases} p\ dz\ dy - (p + \dfrac{\partial p}{\partial x}\, dx)\, dz\ dy + \rho\ X\ dx\ dy\ dx = 0 \\ p\ dx\ dz - (p + \dfrac{\partial p}{\partial y}\, dy)\, dx\ dz + \rho\ Y\ dx\ dy\ dx = 0 \\ p\ dx\ dy - (p + \dfrac{\partial p}{\partial z}\, dz)\, dx\ dy + \rho\ Z\ dx\ dy\ dx = 0 \end{cases}$$

Dividiendo estas ecuaciones por la masa del paralelepípedo y reduciendo el paralelepípedo al punto de partida M, es decir, pasando al límite haciendo tender dx, dy, dz a cero, se obtienen las ecuaciones de equilibrio del líquido, referidas al punto M:

$$\rho\ X = \frac{\partial p}{\partial x} \quad ; \quad \rho\ Y = \frac{\partial p}{\partial y} \quad ; \quad \rho\ Z = \frac{\partial p}{\partial z}$$

que se conocen como ecuaciones diferenciales de la Hidrostática.

Para el uso práctico, resulta cómodo utilizar una ecuación equivalente a estas, que no contenga

derivadas parciales; para ello, si las multiplicamos respectivamente por dx, dy, dz, y las sumamos, se obtiene:

$$\rho\,(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz) = \frac{\partial p}{\partial x}\,dx + \frac{\partial p}{\partial y}\,dy + \frac{\partial p}{\partial z}\,dz = dp \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{\rho} = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$$

que expresa la variación de la presión en función de las coordenadas (x, y, z) para el caso mas general de equilibrio del líquido.

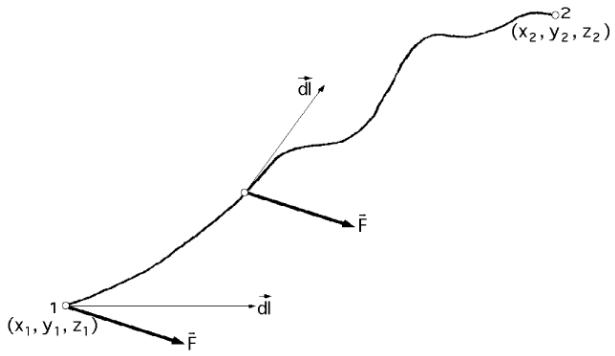


Fig II.4

El segundo miembro de la ecuación representa el trabajo por unidad de masa realizado por las fuerzas exteriores, al trasladar a la unidad de masa del líquido, de un punto a otro.

El *trabajo elemental* realizado, Fig II.4, es de la forma:

$$dT = \vec{F}\,d\vec{l} = F\,dl\cos\alpha$$

La expresión algebraica de dicho producto escalar es el producto de las componentes $\vec{F}(X, Y, Z)$ y $d\vec{l}(dx, dy, dz)$, por lo que:

$$dT = \vec{F}\,d\vec{l} = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz \quad \Rightarrow \quad T = \int_1^2 X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$$

que confirma lo dicho anteriormente.

II.3.- SUPERFICIES DE NIVEL

Una superficie de nivel es el conjunto de puntos en los que se tiene el mismo trabajo por unidad de masa, es decir, el mismo potencial.

Las superficies equipotenciales tienen la siguiente ecuación:

$$T = T(x, y, z) = Cte \quad ; \quad dT = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0$$

y como:

$$\frac{\partial p}{\rho} = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0 \quad \Rightarrow \quad dp = 0 \quad ; \quad p = Cte$$

las superficies de nivel son superficies de igual presión, pero se desconoce si serán planas o no, mientras no se apliquen las condiciones del problema a la expresión:

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0$$

Equilibrio de líquidos.- Si se supone que las fuerzas exteriores quedan reducidas únicamente

a la gravedad, es decir:

$\vec{F}(X, Y, Z) = \vec{F}(0, 0, -g)$

el valor de la presión es:

$$\frac{dp}{\rho} = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = -g\,dz \quad \Rightarrow \quad dp = -\rho\,g\,dz \quad \Rightarrow \quad p = p_0 - g\int \rho\,dz$$

ya que ρ puede ser variable, siendo p_0 la presión existente sobre el plano, $z = z_0$

Si el fluido es incompresible, ρ = Cte, por lo que:

$$p = p_0 - \rho\,g\,(z - z_0) = p_0 - \gamma\,(z - z_0) \quad \Rightarrow \quad z + \frac{p}{\gamma} = z_0 + \frac{p_0}{\gamma} = Cte$$

siendo: $\gamma = \rho\,g$, el peso específico del mismo.

Como $(z - z_0)$ es el volumen de un cilindro de base unidad y altura $z - z_0$, se puede enunciar que, "*La diferencia de presiones existente entre dos puntos de una masa líquida (o fluido en general), en equilibrio, es igual al peso de una columna líquida (o fluida), cuya altura sea igual al desnivel existente entre dichos puntos, y base la unidad de superficie*".

La ecuación diferencial de las superficies de nivel es:

$$g\,dz = 0 \;;\; dz = 0 \;;\; z = Cte$$

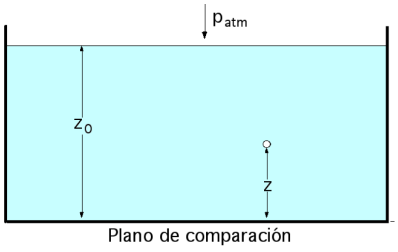


Fig II.5

que son planos horizontales, siendo la superficie libre una de las superficies de nivel.

Si $\begin{cases} z = 0 \\ p_0 = p_{atm} \end{cases}$ se puede poner, $p = p_{atm} + \gamma\,z_0$

es decir, la presión en un punto cualquiera de una masa líquida es proporcional a su distancia a la superficie libre y a su densidad, verificándose esta ecuación independientemente del área del fondo del recipiente y de la forma del mismo.

A la expresión: $z + \frac{p}{\gamma} = Cte$, se la conoce como ecuación fundamental de la estática.

II.4.- ECUACIÓN DE ESTADO

La ecuación de estado es función de las variables, ρ, p, T, y caracteriza la compresibilidad del líquido, siendo su ecuación de la forma:

$f(\rho, p, T) = 0$

y para el caso de una transformación isotérmica, muy corriente en Mecánica de Fluidos: $f(\rho, p) = 0$

Los líquidos oponen una gran resistencia a la reducción de su volumen, por lo que son poco compresibles; como el factor de compresibilidad k es de la forma:

$$k = - \frac{1}{v} \left(\frac{dv}{dp} \right)_T = \left| \, T = Cte \, \right| = \frac{1}{E_{elast}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{v} = - k \, dp = - \frac{1}{E_{elast}} \, dp$$

siendo E_{elast} el módulo de elasticidad del líquido, observándose que un incremento infinitesimal de volumen dv, se corresponde con una disminución infinitesimal de la presión dp.

Como la masa considerada es constante, $v \, \rho = Cte$, resulta:

$$p \, dv + v \, dp = 0 \quad ; \quad \frac{dv}{v} = - \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{dp}{E_{elast}} \quad \Rightarrow \quad ln \, \rho = \frac{p}{E_{elast}} + Cte \quad ; \quad \rho = C \, e^{p/E_{elast}} = C \, e^{p \, k}$$

y como para un líquido incompresible, $k = 0 \Rightarrow \rho = Cte$, como ecuación de estado.

II.5.- ALTURA PIEZOMÉTRICA, PLANO DE CARGA Y CARGA EN UN PUNTO

La ecuación:

$$z + \frac{p}{\gamma} = z_0 + \frac{p_0}{\lambda} = H = Cte$$

determina un plano llamado *plano hidrostático de carga,* situado a la altura $\frac{p_0}{\gamma}$ sobre la superficie libre del líquido z_0, pudiendo ser p_0 la presión atmosférica o no, pero siempre la existente en z_0.

Dicha ecuación puede leerse como que, *en todo punto de una masa líquida en equilibrio isotérmico, la suma de la altura sobre un plano de comparación y de la representativa de la presión, es constante*, siendo la constante el plano de carga.

Para cada punto de dicha masa líquida, $\frac{p}{\gamma}$ varía y se conoce como *altura piezométrica*, o altura representativa de la presión, mientras que a la expresión $z + \frac{p}{\gamma} = H$, se la conoce como *nivel piezométrico*, que se puede poner también en la forma:

$$p = (H - z) \, \gamma$$

que dice que en un punto cualquiera de un líquido, la presión es la que existiría si se suprimiese la atmósfera, ó la correspondiente a z_0, y el nivel del líquido fuese el plano de carga.

Se define la *carga en un punto* de un fluido, como la distancia existente entre este punto y el plano de carga. El plano de carga absoluto tiene en cuenta la presión correspondiente a z_0 mientras que el plano de carga relativo no; así se tiene, Fig II.6:

Presión absoluta - 1 atm = Presión relativa ; $p - 1 = p_r$

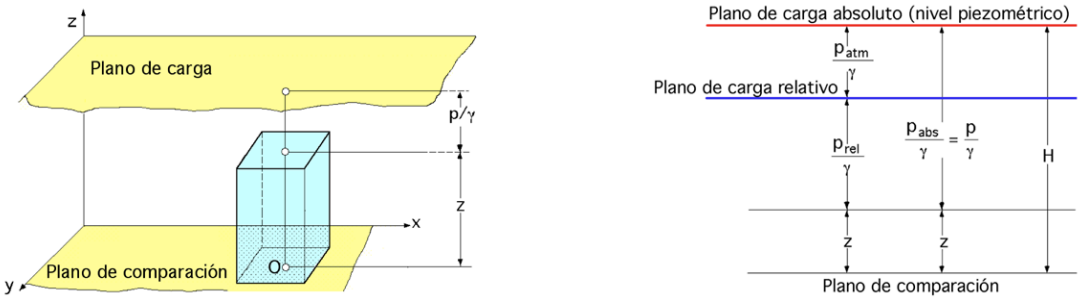


Fig II.6.- Representación gráfica de la ecuación de la Estática de Fluidos

En general: $\frac{p}{\gamma} - \frac{p_r}{\gamma} = \frac{p_{atm}}{\gamma}$

Resulta evidente que, si sobre la superficie libre de un fluido en reposo actúa la presión atmosférica, el valor de la altura piezométrica para cualquier punto del volumen estudiado del líquido, será igual a la profundidad a que esté situado ese punto.

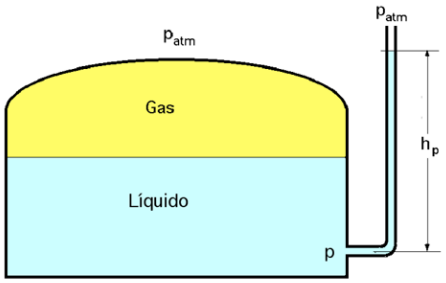


Fig II.7.- Tubo piezométrico

La altura de ascenso de un fluido en un tubo, tal como se muestra en la Fig II.7, es:

$$h_p = \frac{p - p_{atm}}{\gamma} = \frac{p_{manométrica}}{\gamma}$$

mediante la cual se puede medir la presión en líquidos y gases.

A 1 atmósfera técnica le corresponden:

$$h = \frac{p}{\gamma_{agua}} = \frac{10000}{1000} = 10\ m.c.a. \quad ó \quad h = \frac{p}{\gamma_{Hg}} = \frac{10000}{13600} = 0{,}735\ m.c.Hg.$$

Si la presión absoluta en el fluido es menor que la atmosférica, se dice entonces que tiene lugar una depresión, de valor igual a la diferencia de presiones entre la atmosférica y la absoluta, es decir:

$$p_{vacío} = p_{atm} - p \quad \Rightarrow \quad h_{vacío} = \frac{p_{atm} - p}{\gamma}$$

Para medir la presión de un fluido en condiciones de Laboratorio se utilizan, ademas de los piezómetros, distintos tipos de manómetros y vacuómetros, como veremos mas adelante.

Aplicación a líquidos pesados en superficie libre.- Sea un líquido pesado sobre cuya superficie libre actúa la presión atmosférica. Según ésta venga dada en valores relativos o absolutos, el plano de carga coincidirá con la superficie libre, o no, Fig II.8.

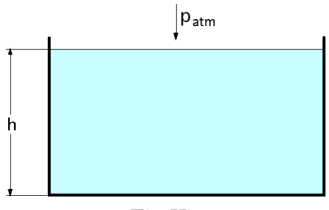


Fig II.8

La ecuación que liga la profundidad con la altura piezométrica viene dada por, $z + \frac{p}{\gamma} = Cte$, y la ecuación de las superficies de nivel o superficies de igual presión por $z = K$

Al determinar las constantes, que dependen de las condiciones del problema, se tiene:

Para: $a=h$; $p = p_{atm}$; $h + \frac{p_{atm}}{\gamma} = Cte$; $h = K$ $\Rightarrow$ $z + \frac{p}{\gamma} = h + \frac{p_{atm}}{\gamma}$; $z = h$

que da a entender que, el plano de carga relativo coincide con la superficie libre; ademas, sobre cualquier punto de esta superficie, la presión valdrá siempre lo mismo, cero, si es presión relativa, y p_{atm} si se trata de presión absoluta.

Casos particulares

a) La diferencia de presiones entre dos puntos cualesquiera de un líquido en reposo, *es igual al peso de una columna líquida de altura h' y sección unidad, Fig II.9.*

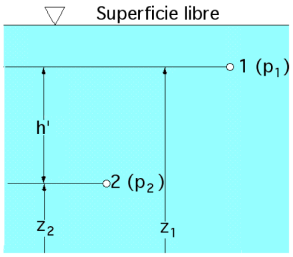


Fig II.9
Diferencia de presiones entre dos puntos

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \quad \Rightarrow \quad p_2 - p_1 = \gamma\,(z_1 - z_2) = \gamma\, h'$$

Es lo mismo considerar presiones absolutas que relativas; en efecto:

$$p_2 - p_1 = (p_{r_2} + p_{atm}) - (p_{r_1} + p_{atm}) = p_{r_2} - p_{r_1} = \gamma\,(z_1 - z_2) = \gamma\, h'$$

b) Diferencia de presiones entre un punto y la superficie libre.-

En este caso $\begin{cases} p_1 = p_{atm} \\ p_2 = p \end{cases}$, por lo que:

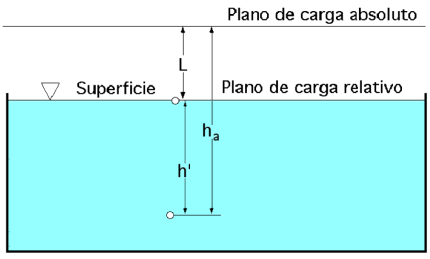


Fig II.10.- Diferencia de presiones entre un punto y el plano de carga

$$p - p_{atm} = p_r = \gamma\, h'$$

es decir, la presión relativa en un punto cualquiera del líquido es igual al peso de la columna líquida de altura *h'* y sección unidad que gravita sobre él, Fig II.10.

Como:

$$p = p_{atm} + \gamma\, h' = \gamma\,(\frac{p_{atm}}{\gamma} + h') = \gamma\,(L + h') = \gamma\, h_a$$

la presión absoluta en un punto del líquido será igual al peso de una columna líquida de altura h_a y sección unidad, contada desde el punto al plano de carga absoluto, pudiendo imaginar que se ha llenado de líquido la parte comprendida entre los dos planos de carga.

II.6.- LÍQUIDOS SUPERPUESTOS

Para el caso de diversos líquidos inmiscibles y superpuestos, tal como se indica en la Fig II.11, para una misma vertical se tiene:

$$\begin{cases} p_1 = p_{atm} + \gamma_1 h_1 \\ p_2 = p_1 + \gamma_2 h_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ p_n = p_{n-1} + \gamma_n h_n \end{cases}$$

Sumándolas, se encuentra:

$$p_n = p_{atm} + \gamma_1\ h_1 + \lambda_2\ h_2 + \ldots + \gamma_n\ h_n \quad , \text{ con } p_{atm} = \gamma_{Hg} \Delta h$$

que dice que la presión en un punto es igual a la atmosférica más la suma de los productos de los pesos específicos respectivos, en columnas líquidas, correspondientes a cada uno de ellos.

De lo anterior se deduce el siguiente Teorema: *La superficie de separación entre dos líquidos de densidades diferentes es horizontal*.

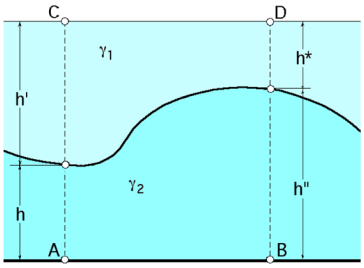


Fig II.12

En efecto, si se supone de entrada que no es horizontal, tal como se muestra en la Fig II.12:

Como las presiones p_A y p_B han de ser iguales, resulta:

$$\begin{cases} p_A = p_C + \gamma_1\ h' + \gamma_2\ h \\ p_B = p_C + \gamma_1\ h^* + \gamma_2\ h'' \end{cases}$$

$$\gamma_1\ h' + \gamma_2\ h = \gamma_1\ h^* + \gamma_2\ h'' \quad \Rightarrow \quad \gamma_1\ (h' - h^*) = \gamma_2\ (h'' - h)$$

Dado que:

$$h + h' = h'' + h^* \quad ; \quad h' - h^* = h'' - h \quad \Rightarrow \quad (h'' - h)\,(\gamma_1 - \gamma_2) = 0$$

y como: $\gamma_1 \neq \gamma_2 \ \Rightarrow \ h'' = h$, la superficie de separación entre dos líquidos de pesos específicos diferentes, es horizontal.

Principio de Pascal.- Si sobre la porción plana de la superficie libre de un líquido, se ejerce una determinada presión, esta se transmite integra y por igual en todas direcciones. En efecto, supongamos los puntos de la masa de un líquido A y B, Fig II.13, para los que se cumple:

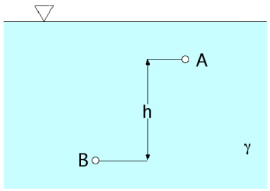


Fig II.13

$$p_B - p_A = \gamma\, h$$

A su vez, los puntos A y B habrán experimentado cambios en su presión, de forma que ésta se incrementa en Δp_B y Δp_A; así se tiene:

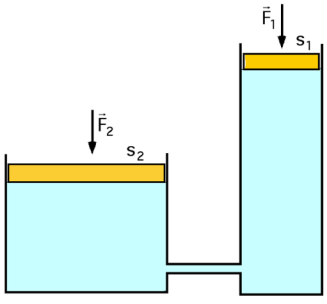


Fig II.14.- Prensa hidráulica

$$(p_B + \Delta p_B) - (p_A + \Delta p_A) = \gamma\ h$$

$$p_B - p_A + \Delta p_B - \Delta p_A = \gamma\ h \quad \Rightarrow \quad \gamma\ h + \Delta p_B - \Delta p_A = \gamma\ h \quad \Rightarrow \quad \Delta p_B = \Delta p_A$$

y, por lo tanto, si la presión de un punto A se incrementa en un cierto valor, la presión de otro punto B quedará asimismo incrementada en el mismo valor.

En una prensa hidráulica, Fig II.14, se cumple:

$$p_1 = \frac{F_1}{S_1} \;\; ; \;\; p_2 = \frac{F_2}{S_2} \;\; , \; y \; como: \; \Delta p_1 = \Delta p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

que es la relación existente entre las fuerzas aplicadas y las secciones de los émbolos correspondientes.

II.7.- MEDIDA DE PRESIONES

A continuación exponemos algunos dispositivos utilizados en Laboratorio para la medida de presiones, como tubos piezométricos y manómetros de líquido y mecánicos.

Tubo piezométrico.- El tubo piezométrico es un tubo transparente de cristal o plástico, recto, o con un codo, cuyo diámetro no debe ser superior a 5 mm, para evitar las correcciones por menisco (capilaridad), Fig II.15. Este tubo se conecta al punto en que se quiere medir la presión, practicando cuidadosamente en la pared del recipiente o tubería un orificio, llamado orificio piezométrico.

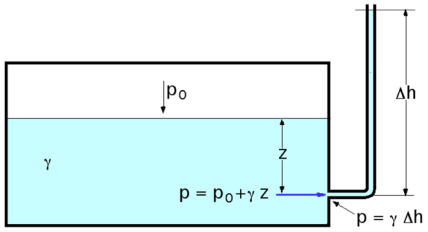


Fig II.15.- Tubo piezométrico

Este orificio, para líquidos en reposo, no requiere un cuidado especial, pero para fluidos en movimiento hay que tomar una serie de precauciones para evitar se produzcan perturbaciones que transformarían parte de la energía de presión, en energía dinámica, falseándose así la medida; el tubo ha de terminar perpendicular a la corriente.

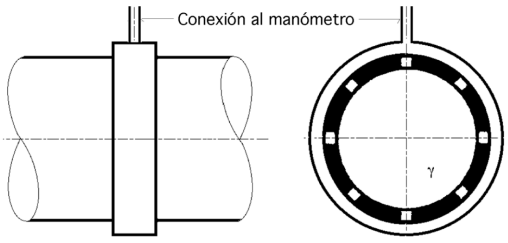


Fig II.16.- Conexión al tubo piezométrico

Si la toma manométrica se practica en una tubería grande, es preferible una forma anular que permita la obtención de la altura piezométrica media con mayor precisión, Fig II.16.

Los tubos piezométricos deben reunir una serie de condiciones y limitaciones:

a) Tienen que ser de gran precisión

b) Deben ser cómodos, ya que no necesitan líquido manométrico dando la presión en mm. de columna del líquido que se quiere medir

c) Solo sirven para medir presiones pequeñas, ya que, por ejemplo, una presión de 0,2 atm, utilizando agua, requeriría un tubo piezométrico de 2 m.

Manómetro de líquido.- En estos manómetros se emplean gran variedad de líquidos, como, agua, alcohol, mercurio, etc. El agua y el alcohol, a veces, se colorean para facilitar la lectura y la fotografía de los ensayos.

Barómetro de cubeta.- Encima del mercurio se hace un vacío, $p = 0$. Una escala graduada, cuyo cero se hace coincidir antes de hacer la lectura con el nivel del mercurio en la cubeta, permite leer la altura Δh, que es la presión atmosférica p_{atm} en mm de mercurio.

En efecto, aplicando la ecuación de la Estática de Fluidos a los puntos 1 y 2, se obtiene:

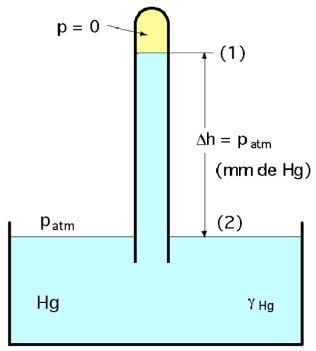


Fig II.17.- Barómetro de cubeta

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_{Hg}} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma_{Hg}} \;,\; con: \begin{cases} p_1 = 0 \;;\; z_1 = \Delta h \\ p_2 = p_{atm} \;;\; z_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta h = \frac{p_{atm}}{\gamma_{Hg}} \quad ; \quad p_{atm} = \gamma_{Hg} \Delta h$$

en la que: $\begin{cases} p_{atm} \text{ viene en } kg/m^2 \\ \gamma_{Hg} = 13600\ kg/m^3 \end{cases}$, Δh en metros

Para el aire seco a 1 atm = 10^4 kg/m^2 = 13.600 kg/m^3, Δh = 735,1 mm de mercurio

Barómetro en U.- La presión barométrica calculada por el método anterior, $p_{atm} = \gamma_{Hg} \Delta h$, requiere, en medidas de precisión, algunas correcciones, como:

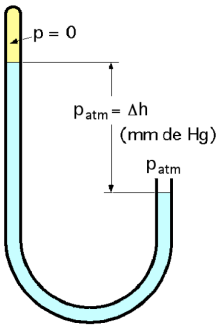


Fig II.18.- Barómetro en U

a) En la parte superior, aunque se haya eliminado el aire, no existe el vacío, por cuanto el mercurio se evapora y la presión p no es igual a 0, sino igual a p_s que es la presión de saturación del vapor de mercurio, la cual depende de la temperatura

b) La densidad ρ depende de la temperatura del mercurio

c) Como la fuerza de la gravedad varía de un lugar a otro, hay que emplear rigurosamente la expresión:

$$p_{atm} = \frac{g}{g_s} \gamma_{Hg} \Delta h = \rho_{Hg}\, g\, \Delta h$$

en la que se ha considerado $\gamma_{Hg} = \rho_{Hg}\, g_s$, siendo g_s la aceleración standard y g la aceleración local de la gravedad, que varía con la latitud y con la altitud.

Manómetro de líquido para presiones relativas.- Mide presiones relativas, positivas o negativas, Fig II.19.a.b; se elige como líquido manométrico uno de γ adecuada a las presiones, para cuya medida se destina el manómetro, pudiéndose poner: $\begin{cases} Figura\ (a),\ p_a = p_b + \gamma\, \Delta h - \gamma'\, l \\ Figura\ (b),\ p_a = p_b - \gamma\, \Delta h - \gamma'\, l \end{cases}$

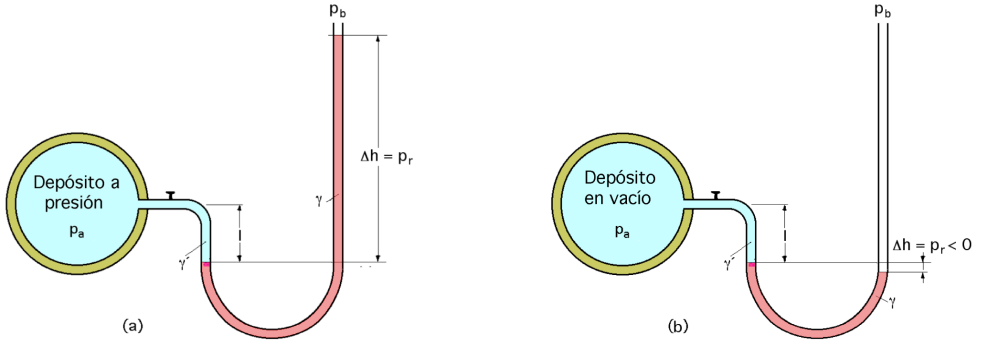


Fig II.19.- Manómetros de líquidos para presiones relativas

Vacuómetro de líquido para presiones absolutas.- Sirve para medir presiones en líquidos, empleando un líquido manométrico no miscible, y gases, Fig II.20. El desnivel creado en la columna manómetro es Δh. La lectura de los manómetros se basa en la ecuación:

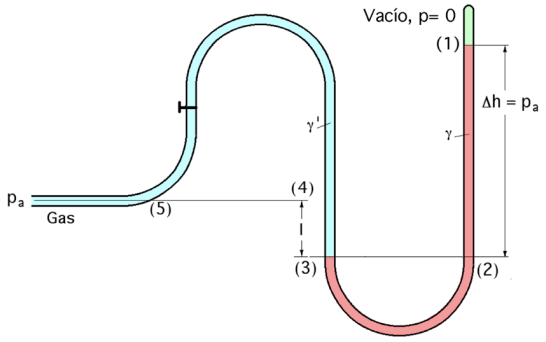


Fig II.20
Vacuómetro de líquido para presiones absolutas

$$z + \frac{p}{\gamma} = Cte \quad \Rightarrow \quad z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

Si el punto 2 está más bajo que el 1, su presión será igual a la del punto 1, más el peso de la columna líquida (1-2).

Si el punto 2 está más alto que el 1, su presión será la del punto 1, menos la columna de líquido.

En el punto 1 reina el vacío, luego $p_1 = 0$, y en el resto de los puntos: $\begin{cases} p_2 = p_1 + \gamma\,\Delta h = \gamma\,\Delta h \\ p_3 = p_2 = \gamma\,\Delta h \\ p_4 = p_3 - \gamma'\,l = \gamma\,\Delta h - \gamma'\,l \\ p_5 = p_4 = \gamma\,\Delta h - \gamma'\,l \end{cases}$

Hemos dividido el fluido en una serie de secciones correspondientes a los cambios de densidad; prácticamente se escribe una sola ecuación, partiendo del punto 1 y sumándole o restándole los términos, $\gamma\ \Delta h$, con signo (+) ó (-), hasta llegar, en nuestro caso, al punto 5, es decir:

$$p_5 = 0 + \gamma\,\Delta h - \gamma'\,l = \gamma\,\Delta h - \gamma'\,l$$

Si el fluido es un gas, en la mayoría de los casos se desprecian los sumandos $(\gamma' l)$ quedando como ecuación, $p_5 = \gamma\,\Delta h = p_a$

Manómetro de mercurio instalado en tubería de agua.- El valor de la presión p_a viene dado por la expresión, Fig II.21:

$$p_a = p_b + \gamma_{Hg}\,\Delta h - \gamma_{agua}\ l \quad \text{ó} \quad p_a = p_{atm} + \gamma_{Hg}\,\Delta h - \gamma_{agua}\ l$$

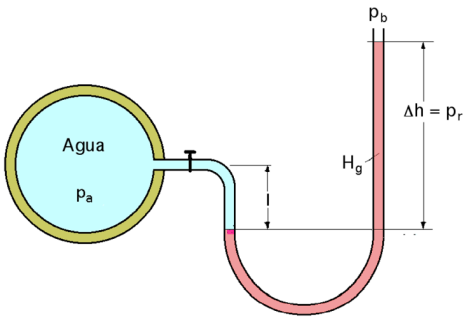


Fig II.21.- Manómetro de mercurio

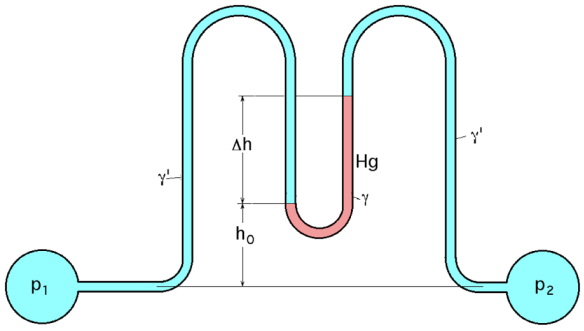


Fig II.22.- Manómetro diferencial

Manómetro diferencial.- Mide la diferencia de presiones entre dos puntos; de acuerdo con la Fig II.22 se puede poner:

$$p_1 = p_2 - \gamma' (h_0 + \Delta h) + \gamma_{Hg} \Delta h + \gamma' h_0 = p_2 + \gamma_{Hg} \Delta h - \gamma' \Delta h = p_2 + \Delta h(\gamma_{Hg} - \gamma')$$

$$p_1 - p_2 = \Delta h (\gamma_{Hg} - \gamma') \quad ; \quad \frac{p_1 - p_2}{\gamma'} = \Delta h \left(\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma'} - 1 \right)$$

Para el caso en que el fluido cuya presión se desea medir fuese un gas, se puede despreciar el valor de γ' frente al de γ_{Hg} en las ecuaciones anteriores.

Micromanómetro de tubo inclinado.- El líquido manométrico suele ser alcohol; se utiliza para medir con precisión pequeñas presiones en gases, y aunque el fluido manométrico sea alcohol, suele estar graduado en mm de columna de agua. La ventaja de este manómetro es la amplificación que se obtiene de la lectura l, al dividir Δh por $sen\ \alpha$.

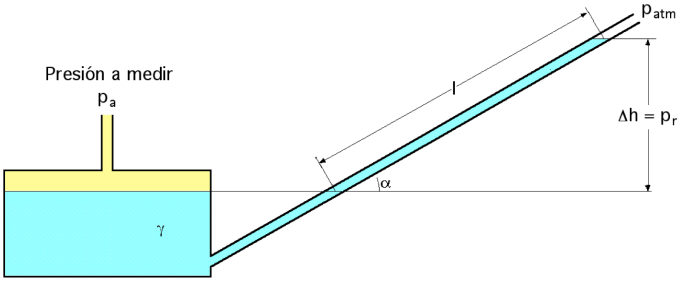


Fig II.23.- Micromanómetro de tubo inclinado

$$l\ sen\alpha = \Delta h \quad ; \quad l = \frac{\Delta h}{sen\alpha}$$

$$p_a = p_{atm} + \gamma\ \Delta h \quad ; \quad p_r = \gamma\ \Delta h = \gamma\ l\ sen\ \alpha$$

siendo la sensibilidad del instrumento tanto mayor, cuanto menor sea el valor del ángulo α.

Micromanómetro que utiliza dos líquidos inmiscibles.- La inmiscibilidad corresponde a uno en otro, y en el líquido cuya diferencia de presiones se va a medir. En uno de estos líquidos se produce una gran diferencia de altura R para pequeñas diferencias de presiones. El líquido más denso, inicialmente ocupa la parte inferior del tubo en U, hasta la línea (o-o); entonces se añade el líquido menos denso en las dos ramas de la U llenándose los depósitos hasta la línea (1-1).

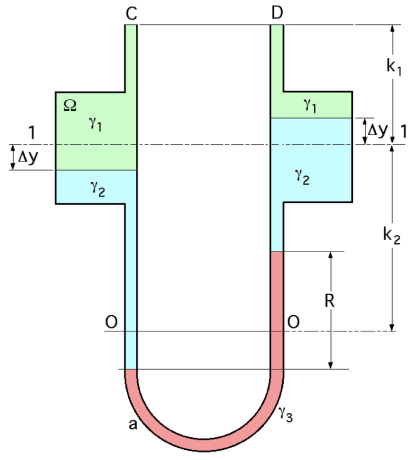


Fig II.24
Micromanómetro de líquidos inmiscibles

El líquido cuyas diferencias de presiones se van a medir ocupa el espacio situado encima de (1-1).

Cuando la presión en C sea ligeramente superior a la presión en D el menisco se moverá, tal como se indica en la Fig II.24; el volumen de líquido desplazado en cada depósito, igualará al desplazamiento en el tubo en U, por lo que:

$$\Omega\ \Delta y = \frac{R}{2}\ a$$

siendo Ω la sección transversal del deposito y a la sección transversal del tubo en U.

A partir de C se puede escribir la ecuación manométrica en la siguiente forma:

$$p_D = p_C + (k_1 + \Delta y)\,\gamma_1 + (k_2 - \Delta y + \frac{R}{2})\,\gamma_2 - R\,\gamma_3 - (k_2 + \Delta y - \frac{R}{2})\,\gamma_2 - (k_1 - \Delta y)\,\gamma_1 =$$

$$= p_C + 2\,\Delta y\,\gamma_1 + (-\Delta y + \frac{R}{2} + \frac{R}{2} - \Delta y)\,\gamma_2 - R\,\gamma_3 = p_C + 2\,\Delta y\,\gamma_1 + (R - 2\,\Delta y)\,\gamma_2 - R\,\gamma_3$$

$$\Delta y = \frac{R\,a}{2\,\Omega} \;\; ; \;\; p_D = p_C + R\,\{\frac{a}{\Omega}\,\gamma_1 + \gamma_2\,(1 - \frac{a}{\Omega}) - \gamma_3\} \;\; \Rightarrow \;\; p_C - p_D = R\,\{\gamma_3 - \gamma_2\,(1 - \frac{a}{\Omega}) - g_1\,\frac{a}{\Omega}\}$$

que es la diferencia de presiones entre los puntos C y D.