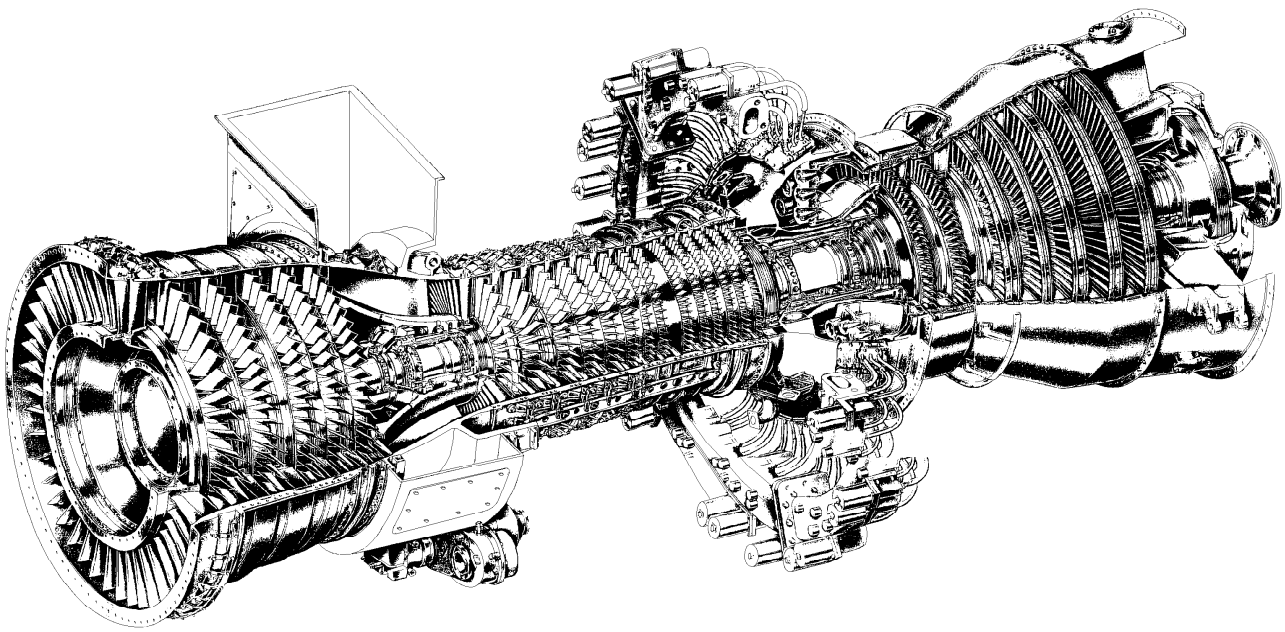
TURBINAS DE GAS



Pedro Fernández Díez

pfernandezdiez.es

I.- TURBINAS DE GAS, CICLOS TERMODINÁMICOS

pfernandezdiez.es

I.1.- CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS Y EMPLEO DE LAS TURBINAS DE GAS

El empleo de las turbinas de gas de *circuito abierto* presenta, con relación a los motores alternativos de combustión interna, el mismo interés que las turbinas de vapor respecto a las máquinas de pistón. En las turbinas de gas, el rendimiento está muy lejos de igualar el de los motores alternativos, y aun a veces, el de las turbinas de vapor; ésto es debido a que:

- Existe una cierta dificultad para construir compresores rotativos que permitan alcanzar elevadas relaciones de compresión

- Existe una cierta dificultad de conseguir materiales que soporten temperaturas elevadas, al tiempo que mantienen unas determinadas características técnicas

En las turbinas de gas de circuito abierto se cumplen una serie de requisitos:

- No existen piezas en movimiento alternativo, por lo que es muy fácil realizar el equilibrado
- Tienen gran velocidad de rotación, entre 3.000 y 30.000 rpm
- Tienen un par regular sin necesidad de volante
- Tienen buena adaptación a las grandes expansiones, y por lo tanto, a los grandes volúmenes de fluido
- Generan grandes potencias en poco espacio

En las turbinas de gas de circuito abierto, la combustión se realiza en el interior de la máquina y según las condiciones en que se verifique, distinguiremos:

- Turbinas de explosión
- Turbinas de combustión

Sin embargo existen otros tipos de turbinas de gas, conocidas como turbinas de gases de escape, que se construyen para recuperar la energía contenida en los gases de escape de un hogar a presión, o de un motor alternativo; esta última fuente de energía es notable, como se puede apreciar en el

diagrama *(p,v)*, que sólo se puede utilizar con ayuda de una turbina que se adapte a la diferencia de presiones existente al final del ciclo del motor alternativo de 2,5÷3,5 atm para un motor Diesel y 4,5÷5,5 atm para un motor de gasolina, respecto a la presión atmosférica; además tiene que adaptarse también a los grandes volúmenes puestos en juego; ésta es la causa de que un motor alternativo no se pueda utilizar más que con unas dimensiones prohibitivas.

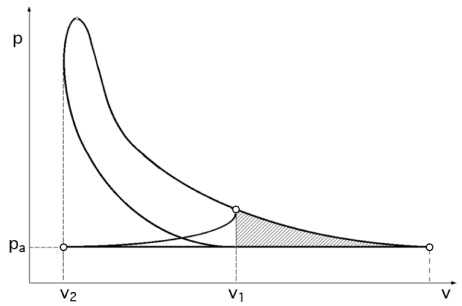


Fig I.1.- Ciclo de una turbina de gases de escape

Cuando la turbina es alimentada por los gases de escape de un motor, Fig I.1, arrastra un compresor centrífugo que sobrealimenta el motor alternativo, aumentando así la presión media efectiva y, por lo tanto, la potencia.

Para el caso de un motor Diesel, su velocidad de rotación oscila entre 2.000÷3.000 rpm, permitiendo una relación de compresión de 1,5. Las turbinas así instaladas, no exigen ningún tipo de energía del motor, ya que ellas trabajan con los gases residuales y, por el contrario, sobrealimentando un motor Diesel, por ejemplo, a 1,4 atm (4 tiempos), su potencia se acrecienta entre un 40÷50%, con una presión media de 8÷9,5 atm, mientras que si lo sobrealimenta con 2 atm, la potencia se mejora en un 100%, con presiones medias comprendidas entre 12÷13 atm. Aunque no se produce una modificación importante en sus dimensiones las piezas deben estar calculadas en consecuencia. Estas turbinas no difieren sensiblemente de las de vapor de acción de uno o dos escalones; frecuentemente, la turbina y el compresor se agrupan en un mismo conjunto.

I.2.- CICLO TEÓRICO DE UNA TURBINA DE COMBUSTIÓN INTERNA

Una turbina de explosión tiene un ciclo termodinámico ideal tipo Otto a expansión completa, o ciclo de Atkinson, Fig I.2; consta de un compresor; una o mas cámaras de combustión y la turbina propiamente dicha.

Funcionamiento.- El compresor carga sucesivamente con aire las cámaras, estando controlado dicho orden por el mecanismo de la válvula de admisión. Cuando una cámara está cargada, se cierra la válvula de admisión y se introduce el combustible, que arde con explosión por la acción de una chispa, produciendo un incremento brusco de la presión. Se abre la válvula de escape y los gases salen a gran velocidad, actuando directamente sobre los álabes de la turbina; la presión disminuye y cuando se alcanza la atmosférica se cierra la válvula de escape y se abre la de admisión llenándose nuevamente la cámara de aire.

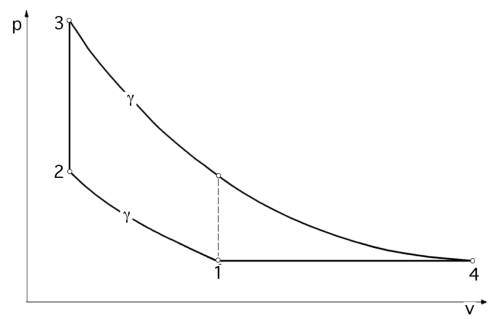


Fig I.2.- Ciclo de una turbina de combustión interna (Explosión)

Se suele disponer de varias cámaras en una circunferencia concéntrica con el eje de la turbina, disponiendo el funcionamiento de las válvulas de tal manera que se descarguen sucesivamente, sometiendo al rodete a una serie de impulsos que provocan su movimiento. De acuerdo con el diagrama *(p,v)*, las temperaturas que intervienen en función de T_1 son:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left| \alpha = \frac{p_2}{p_1} \right| = T_1 \, \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2}\right) = \left| \alpha = \frac{p_3}{p_2} \right| = T_2 \, \alpha = T_1 \, \alpha \, \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \div$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 \, \alpha \, \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{p_4/p_2}{p_3/p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 \, \alpha \, \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{1}{\alpha\,\alpha}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 \, \alpha^{\frac{1}{\gamma}}$$

El rendimiento del ciclo es:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \left| \begin{array}{l} Q_1 = c_v \, (T_3 - T_2) \\ Q_2 = c_p \, (T_4 - T_1) \end{array} \right| = \frac{c_v \, (T_3 - T_2) - c_p \, (T_4 - T_1)}{c_v \, (T_3 - T_2)} = 1 - \gamma \, \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} =$$

$$= 1 - \gamma \, \frac{T_1 \, \alpha^{\frac{1}{\gamma}} - T_1}{T_1 \, \alpha \, \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1 \, \alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \gamma \, \frac{\alpha^{\frac{1}{\gamma}} - 1}{\alpha^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} (\alpha - 1)} = \left| \beta = \frac{p_3}{p_1} = \alpha \, \alpha \right| = 1 - \gamma \, \frac{\beta^{\frac{1}{\gamma}} - \alpha^{\frac{1}{\gamma}}}{\beta - \alpha}$$

El envío intermitente de gases calientes a la turbina, somete a los álabes de la misma a temperaturas muy elevadas, por lo que el funcionamiento con este ciclo es muy poco racional, y en la actualidad se encuentra prácticamente abandonado.

I.3.- CICLO TEÓRICO DE UNA TURBINA DE COMBUSTIÓN SIN RECUPERADOR

En estas máquinas rotativas, el aire aspirado a la presión atmosférica, se comprime mediante un compresor C, elevando su temperatura, y es conducido a la cámara de combustión D, donde se inyecta el combustible que arde en forma continuada y suave; los gases calientes de la combustión se expansionan en los álabes de la turbina, desarrollando un trabajo útil y salen a la atmósfera a través del escape; la turbina, una vez en marcha, acciona el compresor; el ciclo desarrollado se conoce como ciclo Brayton; tanto la compresión como la expansión se realizan en una sola etapa. Los gases que se expansionan en la turbina, todavía calientes en el escape, se pueden aprovechar para producir vapor de agua en una caldera, y utilizarlo posteriormente en una turbina de vapor. Si los gases de escape se hacen llegar a una tobera de descarga, la turbina de gas se convierte en una máquina de chorro.

Para hallar en primera aproximación el rendimiento térmico de una turbina de gas, consideraremos un ciclo recorrido por un gas perfecto, Fig I.3, en el que las transformaciones (1-2) y (3-4) son

isentrópicas, y las transformaciones (2-3) y (4-1) a presión constante. Si se supone c_p constante, tanto en la compresión del aire, como en la expansión de los gases de combustión en la turbina, el trabajo útil o interno, y el rendimiento térmico, en función de las temperaturas del ciclo es:

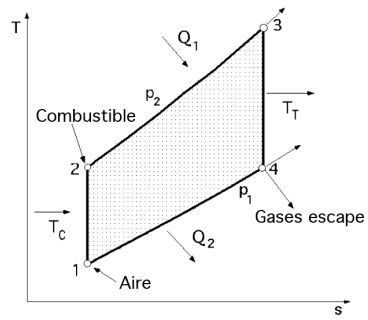
$$T_u = \begin{cases} Q_1 - Q_2 = c_p\ (T_3 - T_2\ ) - c_p\ (T_4 - T_1\ ) \\ T_T - T_C = c_p\ (T_3 - T_4\ ) - c_p\ (T_2 - T_1\ ) \end{cases}$$

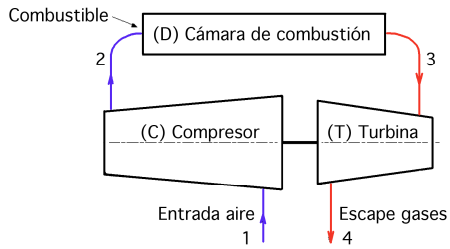
$$\eta = \frac{T_u}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left| \begin{array}{l} \dfrac{T_2}{T_1} = (\dfrac{p_2}{p_1})^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \Delta \quad ; \quad T_2 = \Delta\ T_1 \\ \dfrac{T_3}{T_4} = (\dfrac{p_3}{p_4})^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \Delta \quad ; \quad T_3 = \Delta\ T_4 \end{array} \right| = 1 - \frac{1}{\Delta} = 1 - \frac{i_4 - i_1}{i_3 - i_2}$$

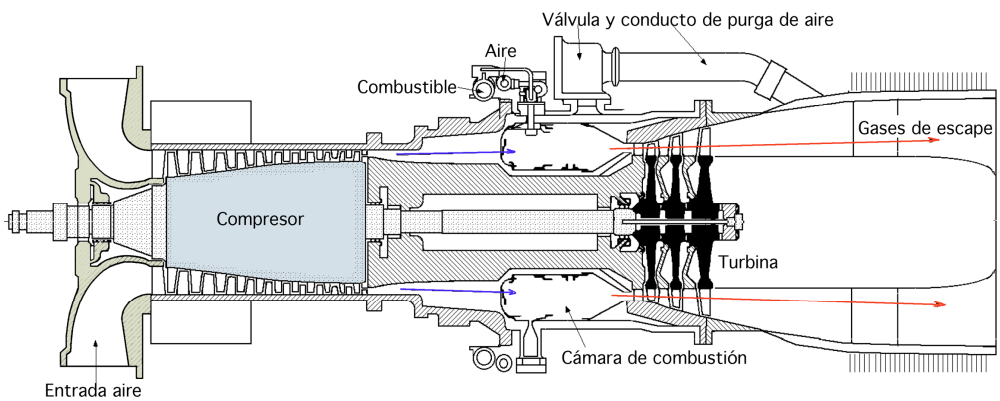
$$\textit{La relación: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{T_2}{T_1} = (\dfrac{p_2}{p_1})^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \Delta \\ \dfrac{T_3}{T_4} = (\dfrac{p_3}{p_4})^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \Delta \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

observándose que el rendimiento de una turbina de gas simple depende exclusivamente de la relación de presiones a la entrada y a la salida del compresor.

Este rendimiento es muy pequeño, del orden de un 15%÷20%, muy inferior al de las turbinas de vapor y del motor Diesel; sin embargo tiene una serie de ventajas que, en algunos casos justifican su empleo, sobre todo para potencias moderadas.







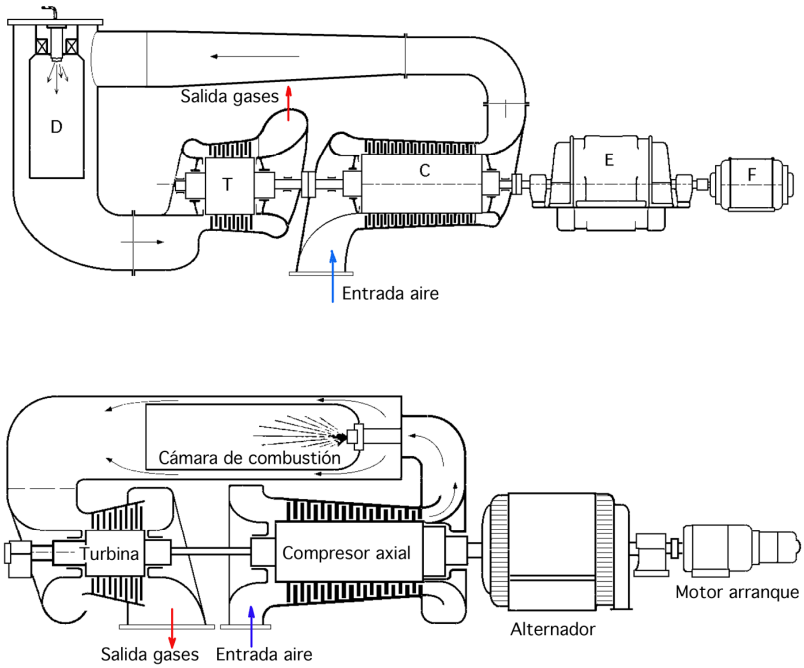


Fig I.3.- Diagrama (T,s) y esquemas del ciclo de una turbina de gas de combustión (Ciclo Brayton)

El trabajo útil es:

$$T_u = \left\{ \begin{array}{l} T_T = c_p T_3 \ \{1 - (\frac{p_4}{p_3})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\} = \left| \ \Delta = \frac{T_2}{T_1} \ ; \ \Phi = \frac{T_3}{T_1} \ \right| = c_p T_1 \ \Phi \ (1 - \frac{1}{\Delta}) = i_3 - i_4 \\ T_C = c_p T_2 \ \{1 - (\frac{p_1}{p_2})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\} = \frac{\gamma \ R}{\gamma - 1} \ T_1 \ \Delta \ (1 - \frac{1}{\Delta}) = c_p T_1 \ (\Delta - 1) = i_2 - i_1 \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{\gamma \ R}{\gamma - 1} \ \{1 - (\frac{p_1}{p_2})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\} \ (T_3 - T_2) = c_p \ (T_3 - T_2) \ \frac{\Delta - 1}{\Delta} = c_p \ (T_4 - T_1) \ (\Delta - 1) = c_p T_1 \ \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}$$

por lo que contra mayor sea $(T_3 - T_2)$ tanto mayor será el trabajo útil, lo que reduce el coste del kW instalado.

Calor aplicado en la cámara de combustión:

$$Q_1 = c_p \ (T_3 - T_2) = c_p \ (\Phi \ T_1 - \Delta \ T_1) = c_p T_1 (\Phi - \Delta)$$

El funcionamiento de una turbina de gas exige:

- Que la relación $\frac{p_2}{p_1}$ *sea elevada, lo cual implica que* $\frac{T_2}{T_1}$ *también lo sea.*

- Una gran diferencia de temperaturas $(T_3 - T_2)$ *lo cual supone que* T_3 *sea muy elevada, y en consecuencia nos encontramos con el problema de que los álabes de la turbina puedan resistir altas temperaturas.*

- Cuando el funcionamiento sea prolongado, no se debe pasar de 800°C.

- El rendimiento es aún inferior al de un motor de combustión interna en el que, aunque por poco tiempo, las temperaturas pueden alcanzar 2.000°C.

- Su construcción es sencilla, ya que trabajan en un campo de bajas presiones, 5÷ 15 atm, por lo que su costo y tamaño se reducen.

- Su puesta en servicio es muy rápida, Fig I.4, pasando del estado frío al de carga en tiempos relativamente cortos; para el arranque es necesario llevar al grupo a velocidades del orden de un 30% de la de régimen, de forma que se alimente la cámara de combustión con aire a una presión suficiente para poder encender. El tiempo para que el eje adquiera la velocidad necesaria es de unos 3 minutos, mientras que el tiempo total para la puesta en velocidad nominal y la toma de carga es de 10÷ 20 minutos según la potencia del grupo

- El consumo de agua es muy pequeño, ya que sólo se utiliza para la refrigeración de los cojinetes

- Es de fácil manejo y de reducidos gastos de mantenimiento

Su principal desventaja radica en la necesidad de utilizar un combustible relativamente caro, aunque este dato puede ser secundario para el caso de una duración reducida de funcionamiento.

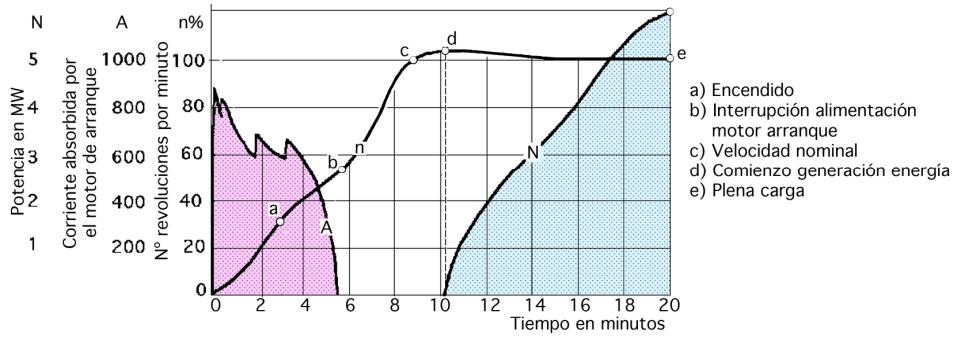


Fig I.4.- Operaciones de arranque y puesta en carga de una turbina de gas

INFLUENCIA DEL RECALENTAMIENTO DE LOS GASES DURANTE LA EXPANSIÓN.-

Si existe un recalentamiento continuo con el fin de mantener la temperatura de los gases en su valor inicial T_3, en lugar de seguir la isentrópica (34) o la politrópica (3F), la expansión estaría representada por una isoterma que parte del punto 3, hasta C, y de aquí por una expansión politrópica (CE), Fig I.5. Se observa que el recalentamiento isotérmico del gas implica un aumento del trabajo del ciclo. La presión al final del recalentamiento es, $p_{2'} < p_2$; la expansión politrópica se produce desde el punto C a la presión $p_{2'}$ hasta el punto E a la presión p_1.

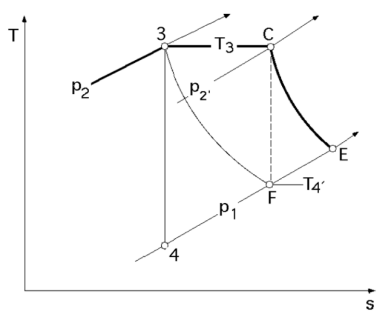


Fig I.5.- Influencia del recalentamiento de los gases durante la expansión

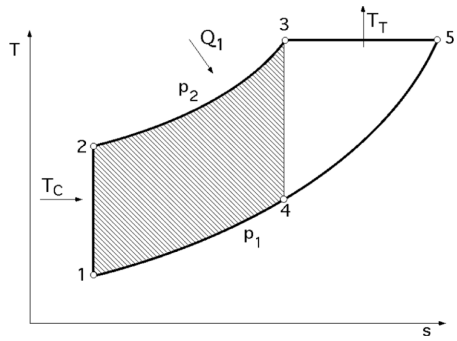


Fig I.6
Ciclo de una turbina de gas con expansión isotérmica

Expansión isotérmica.- En una expansión isotérmica el calor aplicado en el recalentamiento isotérmico y el trabajo isotérmico de expansión en la turbina son iguales. El trabajo útil, el calor aplicado y el rendimiento del ciclo, Fig I.6, son:

$$T_u = \left\{ \begin{array}{l} T_T = R\,T_3\,\ln\dfrac{p_2}{p_1} = c_p\dfrac{\gamma-1}{\gamma}\,T_1\,\Phi\,\ln\dfrac{p_2}{p_1} = c_p\,T_1\,\Phi\,\ln\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = c_p\,T_1\,\Phi\,\ln\Delta \\ T_C = c_p\,T_1(\Delta-1) \end{array} \right\} = c_p\,T_1\left\{\Phi\,\ln\Delta-(\Delta-1)\right\}$$

$$Q_1 = c_p\,T_1\,(\Phi-\Delta) + c_p\,T_1\,\Phi\,\ln\Delta = c_p\,T_1\,\{\Phi\,(1+\ln\Delta)-\Delta\}$$

$$\eta_{ciclo} = \frac{c_p\,T_1\,\Phi\,\ln\Delta - c_p\,T_1\,(\Delta-1)}{c_p\,T_1\,(\Phi-\Delta) + c_p\,T_1\,\Phi\,\ln\Delta} = \frac{\Phi\,\ln\Delta-(\Delta-1)}{(\Phi-\Delta)+\Phi\,\ln\Delta} = \frac{\Delta-1}{\Delta}\,\frac{\dfrac{\Phi\,\ln\Delta}{\Delta-1}-1}{\dfrac{\Phi-\Delta}{\Delta}+\dfrac{\Phi\,\ln\Delta}{\Delta}}$$

INFLUENCIA DE LA REFRIGERACIÓN EN EL PROCESO DE COMPRESIÓN.- El introducir la refrigeración en el proceso de compresión implica un aumento del rendimiento, Fig I.7; si el trabajo proporcionado por la expansión isotérmica entre las presiones p_2 y p_1 era máximo, el trabajo absorbido en la compresión isotérmica entre las mismas presiones p_1 y p_2 será mínimo. La condición de rendimiento máximo exige, en ambos casos, que la isoterma termine a una cierta presión intermedia, para allí empalmar con la politrópica correspondiente; en el ciclo (1MB...), la temperatura T_2 que se corresponde con el final de la compresión isentrópica está comprendida entre las presiones p_1, fin de la compresión isotérmica (1M), y p_2; en consecuencia se tiende a un ciclo Erickson.

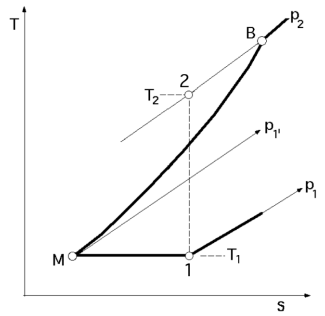


Fig I.7.- Influencia de la refrigeración en el proceso de la compresión del aire

Compresión isotérmica.- El trabajo útil, el calor aplicado y el rendimiento del ciclo, Fig I.8, son:

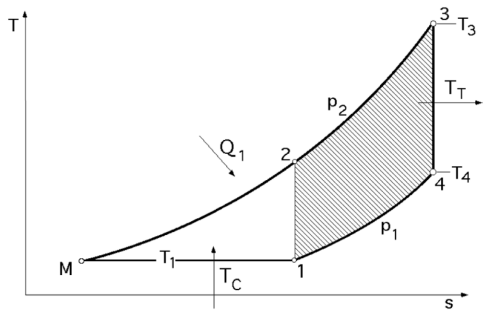


Fig I.8
Ciclo de una turbina de gas con compresión isotérmica

$$T_u = \left| \begin{array}{l} T_T = T_{34} = c_p T_1\,\Phi\,(1-\dfrac{1}{\Delta}) \\ T_C = T_{1M} = R\,T_1\,\ln\dfrac{p_2}{p_1} = c_p\dfrac{\gamma-1}{\gamma}\,T_1\,\ln\dfrac{p_2}{p_1} = \\ \quad = c_p T_1\,\ln\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = c_p T_1\,\ln\Delta \end{array} \right| =$$

$$= c_p T_1\,\{\Phi\,(1-\frac{1}{\Delta}) - \ln\Delta)$$

$$Q_1 = Q_{M3} = c_p\,(T_3 - T_M) = c_p\,(\Phi\,T_1 - T_1) = c_p T_1\,(\Phi-1)$$

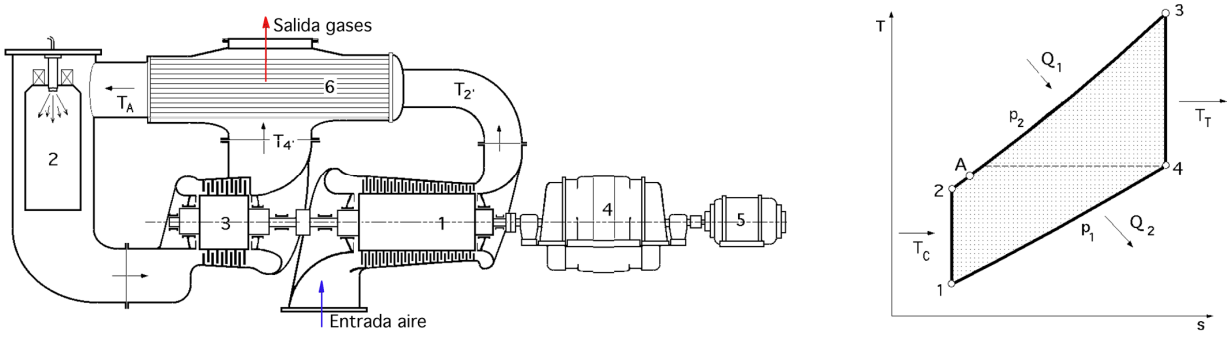
$$\eta_{ciclo} = \frac{c_p\,T_1\,\Phi\,(1-\frac{1}{\Delta}) - c_p\,T_1\,\ln\Delta}{c_p\,T_1\,(\Phi-1)} = \frac{\Phi\,(1-\frac{1}{\Delta}) - \ln\Delta}{\Phi-1} = (1-\frac{1}{\Delta})\,\frac{\Phi - \dfrac{\Delta\,\ln\Delta}{\Delta-1}}{\Phi-1}$$

I.4.- CICLO TEÓRICO DE UNA TURBINA DE GAS DE UNA ETAPA CON REGENERADOR

La temperatura de los gases a la salida de la turbina está por encima de los 550°C; un medio corriente de aumentar el rendimiento del ciclo de una turbina de gas consiste en colocar en el escape de la turbina un intercambiador de calor (regenerador), en el que los gases expansionados ceden una parte de su calor al aire comprimido antes de introducirle en la cámara de combustión, según se muestra en la Fig I.9. Con el *regenerador*, cuya eficacia σ es del orden de 0,75, se puede optimizar el rendimiento a valores comprendidos entre el 23÷25% para una temperatura ambiental de 20°C y una temperatura de entrada en la cámara de combustión superior a 450°C.

El rendimiento se puede mejorar aún más, utilizando la refrigeración durante la compresión y el recalentamiento durante la expansión, tendiéndose así a una compresión y expansión isotérmicas, pudiendo alcanzar el rendimiento un valor comprendido entre el 28÷30%.

Para que en un ciclo Brayton se pueda utilizar la regeneración, es necesario que ($T_4 > T_2$).



1) Compresor axial; 2) Cámara de combustión; 3) Turbina; 4) Generador; 5) Motor de arranque; 6) Recalentador de aire
Fig I.9.- Esquema de una turbina de gas de una sola línea de ejes con regenerador de aire

El funcionamiento del recuperador viene caracterizado por su *eficacia* σ , definida en la forma:

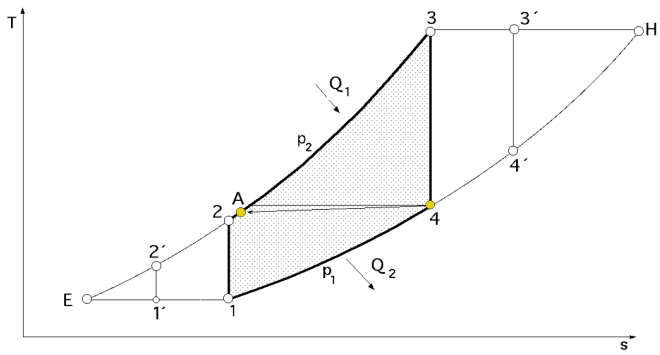


Fig I.10.- Diagrama de una turbina de gas con recuperador en el que se muestra la influencia del regenerador

$$\sigma = \frac{T_A - T_2}{T_4 - T_2} \quad \Rightarrow \quad T_A = T_2 + \sigma\,(T_4 - T_2)$$

La presencia del recuperador introduce una nueva variable en las relaciones que expresan el rendimiento en una instalación de turbina de gas. El recuperador no actúa sobre el trabajo útil, sino únicamente sobre el calor aplicado, por cuanto el trabajo en la turbina es el mismo, con recuperador o sin él; la influencia del recuperador equivale a desplazar la posición del punto 2' hacia la izquierda, (o lo que es lo mismo la de 1'), o la del punto 3 hacia la derecha 3', (o lo que es lo mismo la del punto 4), Fig I.10.

En el límite, para una eficacia del recuperador σ = 1, el punto 1' se desplazaría hasta el E, y el

punto 4' hasta el H, de tal forma que el ciclo óptimo (ciclo Erickson) tomaría la forma (1E3H1), en el supuesto de que los rendimientos del compresor y de la turbina fuesen iguales a la unidad.

El trabajo útil es el mismo que sin regeneración:

$$T_u = c_p \; T_1 \; \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}$$

El calor aplicado es:

$$Q_1 = c_p (T_3 - T_A) = c_p \{T_3 - T_2 - \sigma (T_4 - T_2)\} = \left| T_4 = \frac{T_3}{\Delta} = T_1 \frac{\Phi}{\Delta} \right| =$$

$$= c_p \{\Phi \; T_1 - \Delta \; T_1 - \sigma (T_1 \; \frac{\Phi}{\Delta} - \Delta \; T_1)\} = c_p \; T_1 \; \{\Phi - \Delta - \sigma (\frac{\Phi}{\Delta} - \Delta)\}$$

El rendimiento térmico del ciclo elemental de turbina de gas con regeneración es:

$$\eta_{ciclo} = \frac{c_p \; T_1 \; \frac{(\Delta - 1)(\Phi - \Delta)}{\Delta}}{c_p \; T_1 \; \{\Phi - \Delta - \sigma (\frac{\Phi}{\Delta} - \Delta)\}} = \frac{\Delta - 1}{\Delta} \; \frac{\Phi - \Delta}{\Phi - \Delta - \sigma \; \frac{\Phi - \Delta^2}{\Delta}}$$

observándose que para: $\begin{cases} \sigma = 0 \;\Rightarrow\; \textit{no hay regeneración:}\; \eta_{ciclo} = 1 - \frac{1}{\Delta} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \\ \sigma = 1 \;\Rightarrow\; \textit{100\% de regeneración:}\; \eta_{ciclo} = \frac{\Phi - \Delta}{\Phi} = 1 - \frac{\Delta}{\Phi} = 1 - \frac{T_2}{T_3} \end{cases}$

I.5.- CICLO REAL DE UNA TURBINA DE GAS DE UNA SOLA ETAPA SIN REGENERADOR

La representación de un ciclo de este tipo en el diagrama entrópico, viene dada en la Fig I.11. Se observa que el área del ciclo real (12'34') es igual al área del ciclo teórico (1234), menos el área (122'1) que representa el aumento del trabajo de compresión debido al calentamiento del fluido por las pérdidas durante la compresión, más el área (344'3) que corresponde a la parte recuperada de las pérdidas en la expansión. Se observa también que el trabajo útil es proporcional al área del ciclo real (12'34'1), menos las áreas que representan las pérdidas durante la compresión y la expansión.

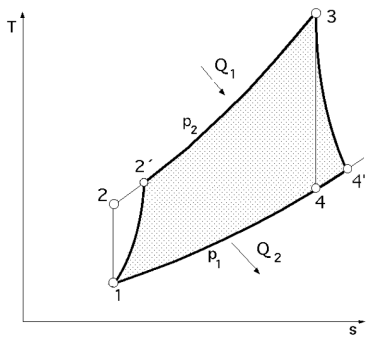


Fig I.11.- Ciclo real de una turbina de gas de una sola etapa sin regenerador

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{cases} T_{4'} = T_3 - (T_3 - T_4)\,\eta_T = T_3 - (T_3 - \frac{T_3}{\Delta})\,\eta_T = \Phi \; T_1 (1 - \eta_T \; \frac{\Delta - 1}{\Delta}) \\ T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_C} = T_1 (1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}) \end{cases}$$

el trabajo útil de la turbina de gas de una etapa sin regeneración es:

$$T_u = \left| \begin{array}{l} Compresor: \; T_C = i_{2'} - i_1 = c_p\,(T_{2'} - T_1) = \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C}\, c_p\, T_1 \\ Turbina: \; T_T = i_3 - i_{4'} = c_p\,(T_3 - T_{4'}) = \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\, c_p\, \Phi\, T_1\, \eta_T \end{array} \right| = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\, c_p\, T_1 \left(\Phi\, \eta_T - \frac{\Delta}{\eta_C} \right)$$

La relación de compresión de trabajo útil máximo se obtiene en la forma:

$$\frac{\partial T_u}{\partial \Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta_{Trab.\,máximo} = \sqrt{\Phi\, \eta_T\, \eta_C}$$

El calor aplicado es:

$$Q_1 = c_p\,(T_3 - T_{2'}) = c_p\,\{\Phi\, T_1 - T_1\,(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C})\} = c_p T_1\,\{\Phi - (1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C})\}$$

El rendimiento térmico del ciclo real es:

$$\eta_{ciclo} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{c_p\,(T_3 - T_{2'}) - c_p\,(T_{4'} - T_1)}{c_p\,(T_3 - T_{2'})} = 1 - \frac{T_{4'} - T_1}{T_3 - T_{2'}} =$$

$$= 1 - \frac{\Phi(1 - \eta_T\, \frac{\Delta - 1}{\Delta}) - 1}{\Phi - (1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C})} = \frac{\frac{\Delta - 1}{\Delta}\,(\Phi\, \eta_T - \frac{\Delta}{\eta_C})}{\Phi - (1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C})} = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\, \frac{\Phi\, \eta_T\, \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1)\, \eta_C - (\Delta - 1)}$$

observándose que $\eta = 0$, *para* $\begin{cases} \Delta = 1 \\ \Delta = \Phi\, \eta_C\, \eta_T \end{cases}$

Las curvas de rendimiento trazadas en un diagrama $(\eta - \Delta)$, Fig I.12, muestran que conviene utilizar un valor de Φ lo más elevado posible.

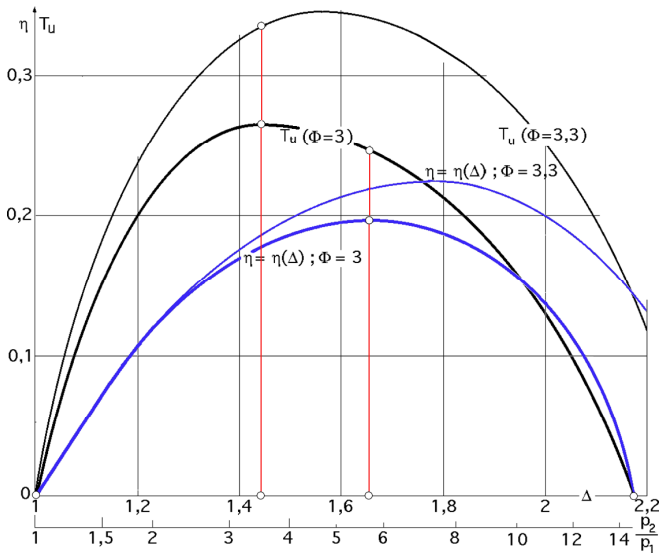


Fig I.12.- Rendimiento del ciclo y trabajo útil específico de una turbina de gas simple teniendo en cuenta las pérdidas en las máquinas, para: $\Phi = 3$ *y* $3{,}3$; $\eta_C = \eta_T = 0{,}85$

En el diagrama de la Fig I.12 se han representado las curvas, $\eta = \eta(\Delta)$ y $T_{u(específico)} = f(\Delta)$, para las condiciones: $T_1 = 288°K$, $T_3 = 864°K$, $\Phi = 3$, $\eta_C = \eta_T = 0{,}85$, obteniéndose:

$\eta_{máximo} = 0{,}194$ *para:* $\Delta = 1{,}64$ *ó* $\frac{p_2}{p_1} = 5{,}6$

$T_{u\ máximo} = 0{,}262$ *para:* $\Delta = 1{,}47$ *ó* $\frac{p_2}{p_1} = 3{,}85$

En la práctica, se elige un valor de Δ inferior al óptimo, que suele coincidir con el de trabajo útil máximo, por cuanto el rendimiento se ve poco influenciado y las máquinas son más sencillas por ser menor la relación de compresión.

Consideraciones económicas.- El precio de una máquina es sensiblemente proporcional a su peso, y en consecuencia, a la potencia instalada. Cuando se acoplan una turbina y un compresor, sólo se recupera la diferencia entre los trabajos de las dos máquinas, el trabajo útil $T_u = T_T - T_C$, mientras que se ha realizado una inversión $T_T + T_C$; en consecuencia, el rendimiento que se acaba de obtener no es suficiente para caracterizar este aspecto, y será preciso tener en cuenta la característica de la inversión anteriormente citada.

La relación entre el trabajo útil y el trabajo de compresión es:

$$\frac{T_u}{T_C} = \frac{\frac{\Delta - 1}{\Delta}\, c_p\, T_1 \left(\Phi\, \eta_T - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)}{\frac{\Delta - 1}{\eta_C}\, c_p\, T_1} = \frac{\Phi\, \eta_T\, \eta_C - \Delta}{\Delta} = \frac{T_3\, \eta_T\, \eta_C - T_2}{T_2}$$

$$y\ si,\ \eta_C = \eta_T = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_u}{T_C} = \frac{T_3 - T_2}{T_2}$$

Independientemente de la cuestión económica, existen otras razones para aumentar $(T_3 - T_2)$ o lo que es lo mismo, la relación $\frac{T_u}{T_C}$; como ya hemos visto anteriormente, el rendimiento de la turbina y del compresor, en la práctica, no pasan del 0,85.

En consecuencia, los trabajos sobre el árbol de la máquina serían:

$$\left.\begin{array}{l} T_C^* = \frac{T_C}{\eta_C} \\ T_T^* = T_T\, \eta_T \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad Trabajo\ útil:\ T_u^* = T_T^* - T_C^* = T_T\, \eta_T - \frac{T_C}{\eta_C}$$

$$\frac{T_u^*}{T_C^*} = \frac{\eta_T\, T_T - \frac{T_C}{\eta_C}}{\frac{T_C}{\eta_C}} = \left| \, Si:\ \eta_C = \eta_T = 0{,}85 \, \right| = \frac{0{,}85\, T_T - \frac{T_C}{0{,}85}}{\frac{T_C}{0{,}85}} = \frac{0{,}7225\, T_T - T_C}{T_C} < \frac{T_T - T_C}{T_C}$$

que es aún más desfavorable de lo que se había admitido teóricamente, por lo que se podría llegar al caso de que si $(T_3 - T_2)$ no fuese lo suficientemente grande implicaría el que los trabajos, T_T y T_C, es-

tarían muy cercanos, y el trabajo útil podría, incluso, cambiar de signo, lo que sucedería cuando:

$$0{,}85\ T_T = \frac{T_C}{0{,}85}\ ;\quad \frac{T_C}{T_T} = 0{,}7225$$

por lo que un valor nominal de $\frac{T_C}{T_T} = 0{,}7225$, implica el que los rendimientos de las máquinas sean del orden del 85%.

I.6.- CICLO REAL DE UNA TURBINA DE GAS SIMPLE CON REGENERADOR

En este ciclo, Fig I.13, intervienen el rendimiento del compresor η_C, el de la turbina η_T y la eficacia σ del regenerador. Las pérdidas de carga en los circuitos exteriores de las máquinas se pueden tener en cuenta haciendo una corrección en el rendimiento de la turbina.

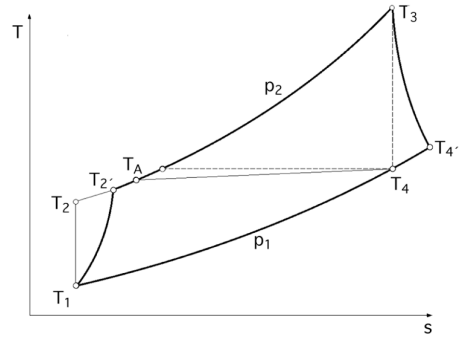


Fig I.13.- Ciclo real con recuperación de las calorías de escape

El trabajo útil es el mismo que para el ciclo real sin regeneración:

$$T_u = \frac{\Delta - 1}{\Delta}\, c_p\ T_1 \left(\Phi\ \eta_T - \frac{\Delta}{\eta_C}\right)$$

La relación de compresión para obtener el trabajo útil máximo:

$$\frac{\partial T_u}{\partial \Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta = \sqrt{\Phi\ \eta_T\, \eta_C}$$

La eficacia del regenerador es, $\sigma = \frac{T_A - T_{2'}}{T_{4'} - T_{2'}}$ siendo la temperatura T_A la del aire a la entrada de la cámara de combustión:

$$T_A = T_{2'} + \sigma\ (T_{4'} - T_{2'}) = \left| \begin{array}{l} T_{2'} = T_1 + T_1\ \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C} = T_1 \left(1 + \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C}\right) \\ T_{4'} = T_3 - \Phi\, T_1\ \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T = \Phi\, T_1 \left(1 - \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T\right) \end{array} \right| =$$

$$= T_1 \left[\left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right) + \sigma \left\{\Phi \left(1 - \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T\right) - \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)\right\}\right] = T_1 \left\{\left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)(1 - \sigma) + \sigma\ \Phi \left(1 - \frac{\Delta - 1}{\Delta}\right)\eta_T\right\}$$

Calor aplicado:

$$Q_1 = c_p\ (T_3 - T_A) = c_p\ T_1 \left[\Phi - 1 - \frac{\Delta - 1}{\eta_C} - \sigma \left\{\Phi \left(1 - \frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \eta_T\right) - \left(1 - \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)\right\}\right] =$$

$$= c_p\ T_1 \left[\frac{\Delta - 1}{\Delta} \left\{\frac{\Delta}{\eta_C}\ (\sigma - 1) + \sigma\ \Phi\ \eta_T\right\} + \Phi - 1 - \sigma\ (\Phi - 1)\right] =$$

$$= c_p\ T_1 \left[\frac{\Delta - 1}{\Delta} \left\{\frac{\Delta}{\eta_C}\ (\sigma - 1) + \sigma\ \Phi\ \eta_T\right\} + (\Phi - 1)\ (1 - \sigma)\right] = c_p\ T_1 \left\{\frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \sigma\ \Phi\ \eta_T + (1 - \sigma)\left(\Phi - 1 - \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)\right\}$$

Rendimiento térmico:

$$\eta_{ciclo} = \frac{\Phi\ \eta_T - \dfrac{\Delta}{\eta_C}}{\dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\ \sigma\ \Phi\ \eta_T + (1 - \sigma)\ \{(\Phi - 1) - \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C}\}}\ \frac{\Delta - 1}{\Delta}$$

$$\textit{Representación gráfica:}\ \begin{cases} \textit{Para: } \eta = 0, & \begin{cases} \Delta = 1 \\ \Delta = \Phi\ \eta_T\ \eta_C \end{cases} \\ \textit{Para:} & \begin{cases} \sigma = 0, \xrightarrow{\textit{ciclo sin recuperador}} \eta = \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\ \dfrac{\Phi\ \eta_T\ \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1)\ \eta_C - (\Delta - 1)} \\ \sigma = 1,\ \eta = 1 - \dfrac{\Delta}{\Phi\ \eta_T\ \eta_C}, \textit{ que es la ecuación de una recta, Fig I.14} \end{cases} \end{cases}$$

Todas las curvas, $\eta = \eta(\Delta)$, se cortan en el punto M, Fig I.14; si interceptamos las curvas para $\sigma = 0$ y $\sigma = 1$, se tiene:

$$\frac{\Delta - 1}{\Delta}\ \frac{\Phi\ \eta_T\ \eta_C - \Delta}{(\Phi - 1)\ \eta_C - (\Delta - 1)} = 1 - \frac{\Delta}{\Phi\ \eta_T\ \eta_C} = \frac{\Phi\ \eta_T\ \eta_C - \Delta}{\Phi\ \eta_T\ \eta_C}$$

$$\textit{por lo que:}\ \begin{cases} \Phi\ \eta_T\ \eta_C = \Delta \ \Rightarrow\ \eta = 0 \ \Rightarrow\ \textit{Punto N} \\ \Phi - 1 = \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\ (\dfrac{\Delta}{\eta_C} + \Phi\ \eta_T) \ \Rightarrow\ \textit{Punto M} \end{cases}$$

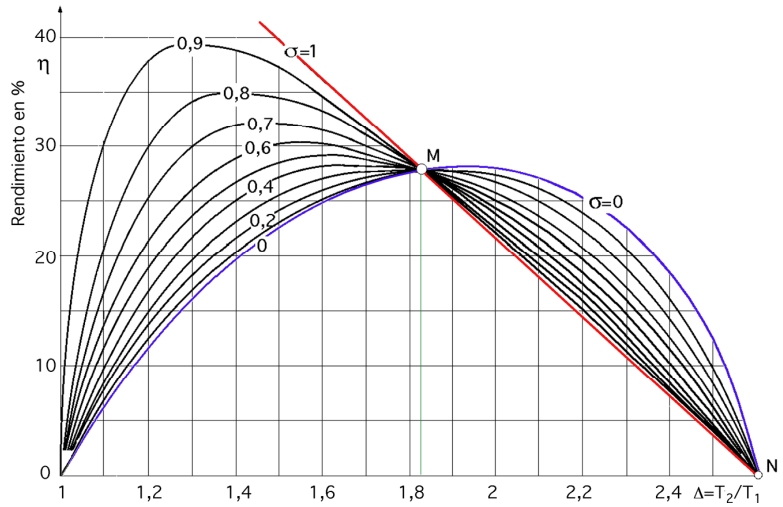


Fig I.14.- Rendimiento de una turbina de gas con recuperador en función del grado de compresión, para distintos valores de la eficacia del recuperador

Sustituyendo el valor de $(\Phi - 1)$ correspondiente al punto M en la expresión del rendimiento se obtiene:

$$\eta_{punto\ M} = 1 - \frac{\Delta}{\Phi\ \eta_C\ \eta_T}$$

En el punto M el regenerador es inútil, por cuanto los rendimientos son iguales con o sin él; valores de Δ mayores que el correspondiente al punto M, implican una elevada relación de compresión con elevadas temperaturas a la salida del compresor y mucho más a la entrada de la turbina, por lo

que el campo de funcionamiento sólo tiene sentido para valores de Δ en el intervalo $1 < \Delta < 1{,}8$.

La recuperación del calor de escape es el factor más importante en la mejora del rendimiento del ciclo; así, por ejemplo:

$$Para:\ \Phi = 3\ ;\ \eta_C = \eta_T = 0{,}85 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \sigma = 0\ ;\ \ \Delta = 1{,}64 \ \ ;\ \ p_2/p_1 = 5{,}6\ ;\ \ \eta_{máx} = 19{,}4\% \\ \sigma = 0{,}8\ ;\ \ \Delta = 1{,}3 \ \ ;\ \ p_2/p_1 = 2{,}5\ ;\ \ \eta_{máx} = 29\% \end{cases}$$

La mejora de la eficacia del intercambiador lleva consigo un aumento de sus dimensiones, por lo que sólo se justifican económicamente aquellos recuperadores con una eficacia hasta de un 80%, cuando se utilicen combustibles de calidad y caros, y con duraciones de funcionamiento elevadas.

I.7.- CICLO DE UNA TURBINA DE GAS DE VARIAS ETAPAS EN LA COMPRESIÓN Y EN LA EXPANSIÓN

El rendimiento de una turbina de gas se mejora utilizando una refrigeración intermedia durante la compresión, y un recalentamiento durante la expansión en la turbina. La compresión y la expansión no pueden ser isotérmicas ya que, como mucho, se pueden limitar a dos o tres refrigeraciones y un recalentamiento, llegándose a alcanzar rendimientos del orden de un $28 \div 30\%$ con recuperador, pero la instalación se complica tremendamente.

En la Fig I.15 se representa el esquema de una turbina de gas con dos refrigeraciones en la compresión y un recalentamiento, y las etapas de expansión y compresión montadas sobre el mismo eje.

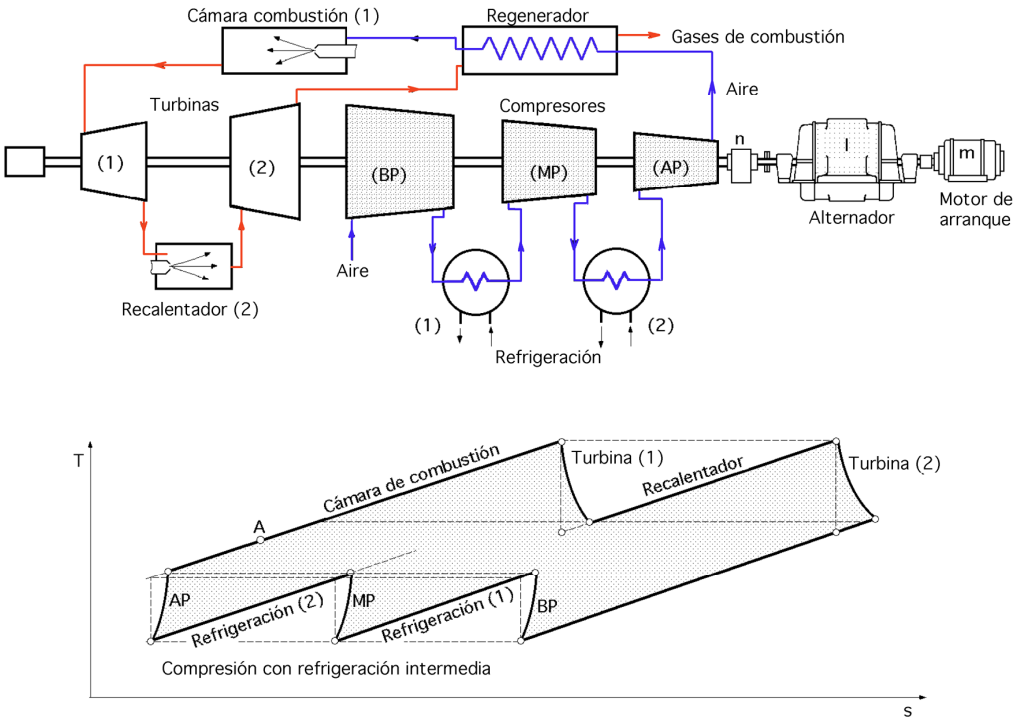
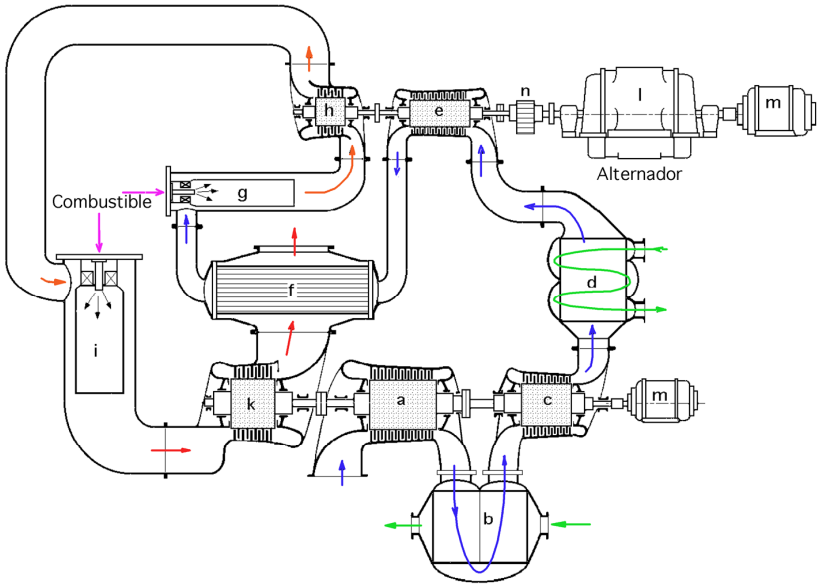


Fig I.15.- Esquema y diagrama de una turbina de gas con tres escalonamientos de compresión con dos refrigeraciones, dos etapas de expansión y un recalentamiento

Las turbinas y compresores se pueden instalar sobre el mismo eje, Fig I.15, o sobre dos ejes, Fig I.16, tantos como etapas en la turbina, por lo que existe más libertad a la hora de elegir las velocidades de rotación, y en consecuencia, en la disposición y construcción de las máquinas.



a) Compresor de baja presión; b) Refrigeración intermedia; c) Compresor de media presión; d) Refrigeración intermedia; e) Compresor de alta presión; f) Recalentador de aire; g) Cámara de combustión de alta presión; h) Turbina de alta presión; i) Cámara de combustión de baja presión; k) Turbina de baja presión; l) Alternador; m) Motor de arranque; n) Reductor de velocidad

Fig I.16.- Turbina de gas con tres escalonamientos de compresión y dos refrigeraciones, dos etapas de expansión con un recalentamiento y cogeneración, con las distintas etapas montadas sobre dos ejes

Los rendimientos que se alcanzan en las turbinas de gas más sofisticadas son comparables a los obtenidos en las instalaciones de turbinas de vapor, pero la calidad del material utilizado aumenta su coste, así como su volumen y complejidad, por lo que nos encontramos muy lejos del esquema general de la turbina de gas inicial, tan interesante por su sencillez.

Un grupo simple (ciclo Brayton) con una compresión sin refrigeración, una expansión sin recalentamiento y sin recuperador, para una relación de compresión de $3{,}5 \div 4$, no sobrepasa un rendimiento del 20%. El mismo grupo con una regeneración ($\sigma = 0{,}75$) puede alcanzar un rendimiento global de un $30 \div 32\%$, manteniendo el mismo grado de compresión.

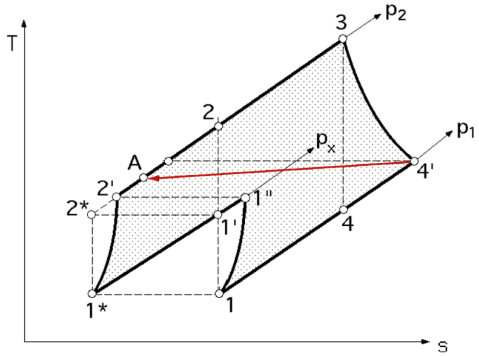


Fig I.17.- Ciclo con 2 etapas de compresión, refrigeración intermedia y cogeneración

La refrigeración y el recalentamiento aportan una mejora sensible, ya que el rendimiento puede llegar a ser del orden del 38%, para grados de compresión hasta $9 \div 10$.

Ciclo de dos etapas de compresión con refrigeración intermedia y regeneración.- Si la compresión se hace en dos etapas Fig I.17, la presión intermedia p_x se calcula a partir de la relación de compresión, en la forma:

$$\frac{p_x}{p_1} = \sqrt[n]{\frac{p_2}{p_1}} \quad \xrightarrow{\text{Para n = 2 etapas}} \quad p_x = \sqrt{p_1\ p_2}$$

siendo el trabajo de compresión por etapa el mismo.

La refrigeración intermedia se realiza entre la salida del primer compresor 1" y la entrada del segundo 1*, según (1"1*), hasta la temperatura, $T_{1^*} = T_1$.

La relación Δ *entre* p_1 *y* p_2 *es,* $\Delta = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_2}{T_1}$

La relación Δ^* *entre* p_x *y* p_1 *(2 etapas) es,* $\Delta^* = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_{1'}}{T_1} = \left(\frac{\sqrt{p_1\ p_2}}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = \sqrt{\Delta}$

La relación Δ^* *entre* p_x *y* p_1 *(n etapas) es,* $\Delta^* = \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \Delta^{\frac{1}{n}}$

El trabajo útil con 2 etapas de compresión con refrigeración intermedia es:

$$T_u = \left\{ \begin{array}{l} T_C = 2\, c_p\ T_1\ \dfrac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C} \\ T_T = c_p\ \Phi\ T_1\ \dfrac{\Delta-1}{\Delta}\ \eta_T \end{array} \right\} = c_p\ T_1 \left(\frac{\Delta-1}{\Delta}\ \Phi\ \eta_T - \frac{2\,(\sqrt{\Delta}-1)}{\eta_C}\right)$$

Temperatura de entrada en el recuperador: $T_A = T_{2'} + \sigma\ (T_{4'} - T_{2'}) = \left| \begin{array}{l} T_{2'} = T_1 \left(1 + \dfrac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right) \\ T_{4'} = T_1\ \Phi\ \left(1 - \eta_T\ \dfrac{\Delta-1}{\Delta}\right) \end{array} \right| =$

$$= T_1\ \left[1 + \frac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right) + \sigma\ \left\{\Phi\ \left(1 - \eta_T\ \frac{\Delta-1}{\Delta}\right) - \left(1 + \frac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right)\right\}\ ] = T_1 \left\{\left(1-\sigma\right)\left(1 + \frac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right) + \sigma\ \Phi\ \left(1 - \eta_T\ \frac{\Delta-1}{\Delta}\right)\right\}$$

Calor aplicado: $Q_1 = c_p\,(T_3 - T_A) = c_p\ T_1 \left\{\Phi - (1-\sigma)\left(1 + \dfrac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right) - \sigma\ \Phi\ \left(1 - \eta_T\ \dfrac{\Delta-1}{\Delta}\right)\right\} =$

$$= c_p\ T_1\ \left[\frac{\Delta-1}{\Delta}\ \sigma\ \Phi\ \eta_T + (1-\sigma)\left(\Phi - 1 - \frac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right)\right]$$

Para el ciclo con una compresión de dos etapas con refrigeración intermedia y regeneración, el rendimiento es de la forma:

$$\eta_{ciclo} = \frac{\dfrac{\Delta-1}{\Delta}\ \Phi\ \eta_T - \dfrac{2\,(\sqrt{\Delta}-1)}{\eta_C}}{\dfrac{\Delta-1}{\Delta}\ \sigma\ \Phi\ \eta_T + (1-\sigma)\left(\Phi - 1 - \dfrac{\sqrt{\Delta}-1}{\eta_C}\right)}$$

Ciclo de dos etapas de expansión con recalentamiento y regeneración.- Si la expansión se hace en dos etapas, Fig I.18, que es un caso muy general, de forma que se cumpla:

$$T_3 - T_{4'} = T_5 - T_6 \quad ; \quad T_3 = T_5 \quad ; \quad T_{4'} = T_6$$

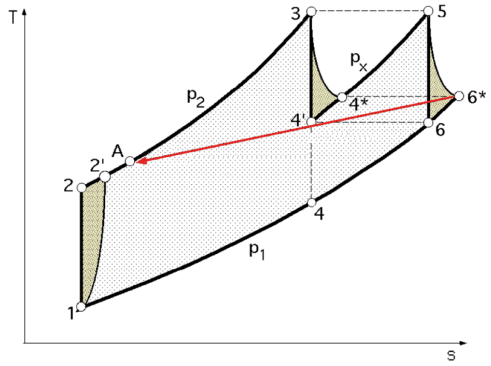


Fig I.18.- Ciclo de recalentamiento con regeneración

y suponiendo que los calores específicos en las compresiones y expansiones son constantes e iguales, se tiene:

Trabajo isentrópico en la turbina durante la transformación (3-4'):

$$T_{T(3\text{-}4')} = c_p\ T_3\ \{1 - \frac{1}{\Delta^*}\} = c_p\ \Phi\ T_1\ (1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}})$$

Trabajo isentrópico en la turbina durante la transformación (5-6):

$$T_{T(5\text{-}6)} = c_p\ T_5\ \{1 - (\frac{p_1}{p_x})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\} = c_p\ T_3\,(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}) = c_p\ \Phi\ T_1\,(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}})$$

Trabajo en la turbina,
$$\begin{cases} \text{Isentrópico: } T_T = 2\ c_p \Phi\ T_1\,(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}) \\ \text{Real: } T_T = 2\ c_p \Phi\ T_1\,(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}})\,\eta_T \end{cases}$$

Trabajo en el compresor,
$$\begin{cases} \text{Isentrópico: } T_C = c_p\ T_1\ (\Delta - 1) \\ \text{Real: } T_C = c_p\ T_1\ \frac{\Delta - 1}{\eta_C} \end{cases}$$

Trabajo útil con transformaciones,
$$\begin{cases} \text{isentrópicas: } T_u = c_p\ T_1\{2\ \Phi\ (1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}) - (\Delta - 1)\} \\ \text{reales: } T_u = c_p\ T_1\{2\ \Phi\ (1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}})\,\eta_T - \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\} \end{cases}$$

Calor teórico aplicado:

$$Q_1 = c_p\ (T_3 - T_A + T_5 - T_{4'}) = c_p\ (2\ T_3 - T_A - T_{4'}) =$$

$$= c_p\ \{2\ T_3 - T_2\ - \sigma\ (T_6 - T_2) - T_{4'}\} = \left| \begin{array}{l} T_{4'} = \frac{T_3}{\sqrt{\Delta}} = \frac{\Phi\ T_1}{\sqrt{\Delta}} = T_6 \\ \frac{T_5}{T_6} = \frac{T_3}{T_{4'}} = \sqrt{\Delta} \end{array} \right| = c_p\ \{2\ \Phi\ T_1 - \Delta\ T_1 - \sigma\ (\frac{\Phi\ T_1}{\sqrt{\Delta}} - \Delta\ T_1) - \frac{\Phi\ T_1}{\sqrt{\Delta}}\} =$$

$$= c_p\ T_1\ \{2\ \Phi - \Delta - \sigma\ (\frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}} - \Delta) - \frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}}\}$$

El rendimiento térmico teórico con una etapa de compresión y dos de expansión es:

$$\eta_{ciclo} = \frac{2\ \Phi\ (1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}) - (\Delta - 1)}{2\ \Phi - \Delta - \sigma\ (\frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}} - \Delta) - \frac{\Phi}{\sqrt{\Delta}}} = \frac{2\ \Phi\ (\sqrt{\Delta} - 1) - \sqrt{\Delta}\ (\Delta - 1)}{\sqrt{\Delta}\ (2\ \Phi - \Delta) - \sigma\ (\Phi - \Delta\ \sqrt{\Delta}) - \Phi}$$

Calor real aplicado: $Q_1 = c_p\ (2\ T_3 - T_A - T_{4^*})$

$$T_{4^*} = T_3 - (T_3 - T_{4'})\,\eta_T = \Phi\, T_1 \left(1 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\right)\eta_T\right)$$

$$T_A = T_{2'} + \sigma\,(T_{6'} - T_{2'}) = T_{2'} + \sigma\,(T_{4^*} - T_{2'}) = T_{2'}(1-\sigma) + \sigma\, T_{4^*} = T_1\left[\left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)(1-\sigma) + \sigma\,\Phi\left\{1 - \eta_T\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\right)\right\}\right]$$

$$Q_1 = c_p\, T_1\left[2\,\Phi - \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)(1-\sigma) - \sigma\,\Phi\left\{1 - \eta_T\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\right)\right\} - \Phi\left\{1 - \eta_T\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\right)\right\}\right] =$$

$$= c_p\, T_1\left[2\,\Phi - \left(1 + \frac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)(1-\sigma) - (\sigma + 1)\,\Phi\left\{1 - \eta_T\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\Delta}}\right)\right\}\right]$$

Rendimiento térmico real con una etapa de compresión y dos de expansión:

$$\eta_{ciclo} = \frac{2\,\Phi\,\dfrac{\sqrt{\Delta} - 1}{\sqrt{\Delta}}\,\eta_T - \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C}}{2\,\Phi - \left(1 + \dfrac{\Delta - 1}{\eta_C}\right)(1-\sigma) - (\sigma + 1)\,\Phi\left(1 - \eta_T\,\dfrac{\sqrt{\Delta} - 1}{\sqrt{\Delta}}\right)}$$

Ciclo de n etapas de compresión, m etapas de expansión y regeneración

El trabajo útil es, Fig I.19:

$$T_u = \left| \begin{array}{l} \text{Compresor: } T_C = n\,(i_{2'} - i_1) = n\,c_p\, T_1\,\dfrac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C} \\ \text{Turbina: } T_T = m\,(i_3 - i_{4'}) = m\,c_p\, T_1\,\dfrac{\Delta^{1/m} - 1}{\Delta^{1/m}}\,\Phi\,\eta_T \end{array} \right| =$$

$$= m\,c_p\, T_1\,\frac{\Delta^{1/m} - 1}{\Delta^{1/m}}\,\Phi\,\eta_T - n\,c_p\, T_1\,\frac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C} = c_p\, T_1\left(m\,\frac{\Delta^{1/m} - 1}{\Delta^{1/m}}\,\Phi\,\eta_T - n\,\frac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C}\right)$$

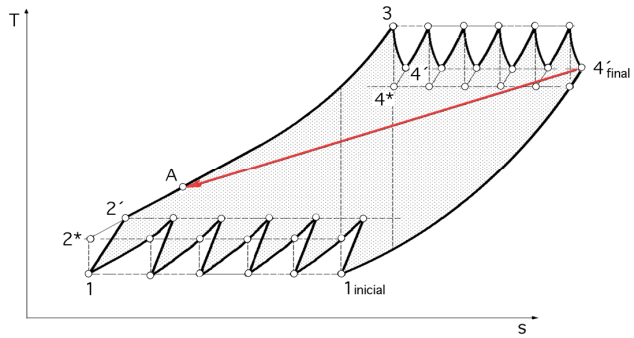


Fig I.19.- Ciclo con n etapas de compresión y m etapas de expansión

Para hallar el calor aplicado hay que tener en cuenta que si existen *m* expansiones, el nº de recalentamientos es *(m - 1)*, por lo que:

$$Q_1 = c_p\,\{(T_3 - T_A) + (m - 1)\,(T_3 - T_{4'})\}$$

y teniendo en cuenta que, $\Delta^{1/m} = \dfrac{T_3}{T_{4^*}} \quad \Rightarrow \quad T_{4^*} = \dfrac{T_3}{\Delta^{1/m}}$, resulta:

$$\eta_T = \frac{T_3 - T_{4'}}{T_3 - T_{4^*}} \quad \Rightarrow \quad T_{4'} = T_3 - \eta_T (T_3 - T_{4^*}) = T_3 - \eta_T T_3 \left(1 - \frac{1}{\Delta^{1/m}}\right) = \Phi\, T_1 \left\{1 - \eta_T \left(1 - \frac{1}{\Delta^{1/m}}\right)\right\} = T_{4\ final}$$

$$T_A = T_{2'} + \sigma\,(T_{4\ final} - T_{2'}) = T_{2'}(1 - \sigma) + \sigma\, T_{4\ final} = \left| \begin{array}{l} \dfrac{T_2^*}{T_1} = \Delta^{1/n} \\ T_{2'} = T_1 + \dfrac{T_2^* - T_1}{\eta_C} = T_1 \left(1 + \dfrac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C}\right. \end{array} \right| =$$

$$= T_1 \left[\left(1 + \frac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C}\right)(1 - \sigma) + \sigma\, \Phi \left\{1 - \eta_T \left(1 - \frac{1}{\Delta^{1/m}}\right)\right\}\right]$$

$$Q_1 = c_p\, T_1 \left[\Phi - \left(1 + \frac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C}\right)(1 - \sigma) - \sigma\, \Phi \left\{1 - \eta_T \left(1 - \frac{1}{\Delta^{1/m}}\right)\right\} + (m - 1)\, \Phi\, \eta_T \left(1 - \frac{1}{\Delta^{1/m}}\right)\right]$$

$$\eta = \frac{m \left(1 - \dfrac{1}{\Delta^{1/m}}\right) \Phi\, \eta_T - n\, \dfrac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C}}{\Phi - \left(1 + \dfrac{\Delta^{1/n} - 1}{\eta_C}\right)(1 - \sigma) - \sigma\, \Phi \left\{1 - \eta_T \left(1 - \dfrac{1}{\Delta^{1/m}}\right)\right\} + (m - 1)\, \Phi\, \eta_T \left(1 - \dfrac{1}{\Delta^{1/m}}\right)}$$

Ciclo con refrigeración durante la compresión isoterma.- Un ciclo de este tipo, definido por una compresión isotérmica, una expansión adiabática y una regeneración σ, se representa en el diagrama *(T,s)*, Fig I.20, en el que:

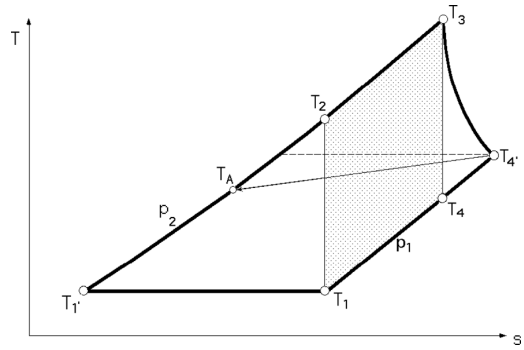


Fig I.20.- Ciclo de refrigeración durante la compresión isotérmica

$$T_u = \left| \begin{array}{l} T_C = R\, T_1\, ln\, \dfrac{p_2}{p_1}\, \dfrac{1}{\eta_C} = \dfrac{c_p\, T_1}{\eta_C}\, ln\, \Delta \\ T_T = c_p\, T_1\, \Phi\, \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\, \eta_T \end{array} \right| = c_p\, T_1 \left(\Phi\, \frac{\Delta - 1}{\Delta}\, \eta_T - \frac{ln\, \Delta}{\eta_C}\right)$$

$$Q_1 = c_p\, (T_3 - T_A) = \left| \begin{array}{l} T_3 = \Phi\, T_1 \;\; ; \;\; T_{4'} = \Phi\, T_1 \left(1 - \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\, \eta_T\right) \\ T_1 = T_{1'} \;\; ; \;\; T_A = T_1 \left[1 + \sigma \left\{\Phi \left(1 - \dfrac{\Delta - 1}{\Delta}\, \eta_T\right) - 1\right\}\right] \end{array} \right| =$$

$$= c_p T_1 \left\{(\Phi - 1) - \sigma\, \Phi \left(1 - \frac{\Delta - 1}{\Delta}\, \eta_T\right) - \sigma\right\} = c_p T_1 \left\{(\Phi - 1)(1 - \sigma) + \frac{\Delta - 1}{\Delta}\, \sigma\, \Phi\, \eta_T\right\}$$

Rendimiento del ciclo, $\eta_{ciclo} = \dfrac{\Phi \ \dfrac{\Delta - 1}{\Delta} \ \eta_T - \dfrac{ln \ \Delta}{\eta_C}}{(\Phi - 1)(1 - \sigma) \ + \ \dfrac{\Delta - 1}{\Delta} \ \sigma \ \Phi \ \eta_T}$

$$Ciclo\,(isot, adiab): \begin{cases} \sigma = 1 \ \Rightarrow \ \eta_{ciclo} = \dfrac{\Phi \ \dfrac{\Delta - 1}{\Delta} \ \eta_T - \dfrac{ln \ \Delta}{\eta_C}}{\dfrac{\Delta - 1}{\Delta} \ \Phi \ \eta_T} = 1 - \dfrac{ln \ \Delta}{\dfrac{\Delta - 1}{\Delta} \ \Phi \ \eta_T \eta_C} \\ \sigma = 0 \ \Rightarrow \ \eta_{ciclo} = \dfrac{\Phi \ \dfrac{\Delta - 1}{\Delta} \ \eta_T - \dfrac{ln \ \Delta}{\eta_C}}{\Phi - 1} \end{cases}$$

La refrigeración durante la compresión mejora el rendimiento en todos los casos, pero el valor óptimo del mismo se obtiene para relaciones de compresión Δ elevadas.

I.8.- CICLO ERICKSON

Un ciclo de estas características, con *compresión y expansión isotermas*, implica infinitas compresiones y recalentamientos, o lo que es lo mismo, los límites de funcionamiento de los casos anteriores, viene representado en la Fig I.21.

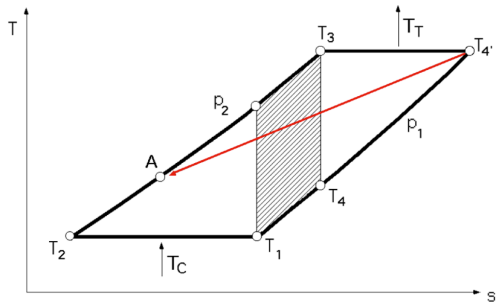


Fig I.21.- Ciclo Erickson de recalentamiento en la expansión y refrigeración en la compresión

$$T_u = \left\{ \begin{array}{l} Compresor: \ T_C = c_p T_1 \ \dfrac{ln \, \Delta}{\eta_C} \\ Turbina: \ T_T = c_p T_3 \ ln\Delta \ \eta_T = c_p \Phi \ T_1 \ ln \, \Delta \ \eta_T \end{array} \right\} =$$

$$= c_p T_1 (\Phi \ \eta_T - \frac{1}{\eta_C}) \ ln \, \Delta$$

$$Q_1 = Q_{3A} + Q_{34'} = c_p (T_3 - T_A) + c_p T_3 \ ln \, \Delta =$$

$$= \left| \sigma = \frac{T_A - T_2}{T_{4'} - T_2} = \frac{T_A - T_1}{T_3 - T_1} \ ; \ T_A = T_1 \{1 + \sigma \ (\Phi - 1)\} \right| =$$

$$= c_p T_1 (\Phi - 1)(1 - \sigma) + c_p T_1 \ \Phi \ ln \, \Delta = c_p T_1 \{(\Phi - 1)(1 - \sigma) + \Phi \ ln \, \Delta\}$$

$$\eta_{ciclo} = \frac{(\Phi \ \eta_T - \dfrac{1}{\eta_C}) \ ln \, \Delta}{(\Phi - 1)(1 - \sigma) + \Phi \ ln \, \Delta}$$

Con recuperación total, σ = 1, el rendimiento es independiente de la relación de compresión:

$$Ciclo\ (isot, isot): \begin{cases} \sigma = 1 \ \Rightarrow \ \eta_{ciclo} = \eta_T - \dfrac{1}{\Phi \ \eta_C} \\ \sigma = 0 \ \Rightarrow \ \eta_{ciclo} = \dfrac{\Phi \ \eta_T - \dfrac{1}{\eta_C}}{\dfrac{\Phi - 1}{ln \, \Delta} + \Phi} \end{cases}$$

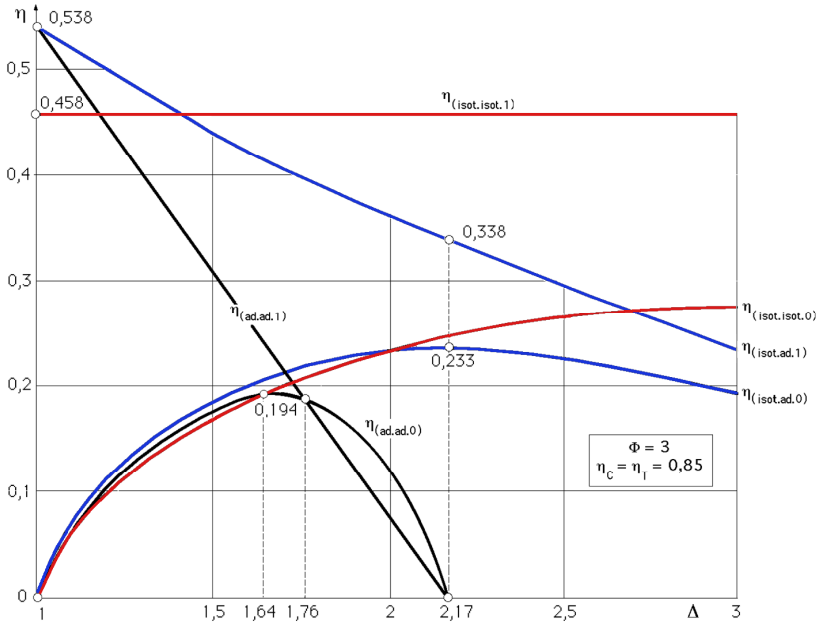


Fig I.22.- Representación de las mejoras aportadas por la refrigeración en la compresión {(isot.ad.0), (isot.ad.1)} sola o combinada con el recalentamiento durante la expansión {(isot.isot.0), (isot.isot.1)}

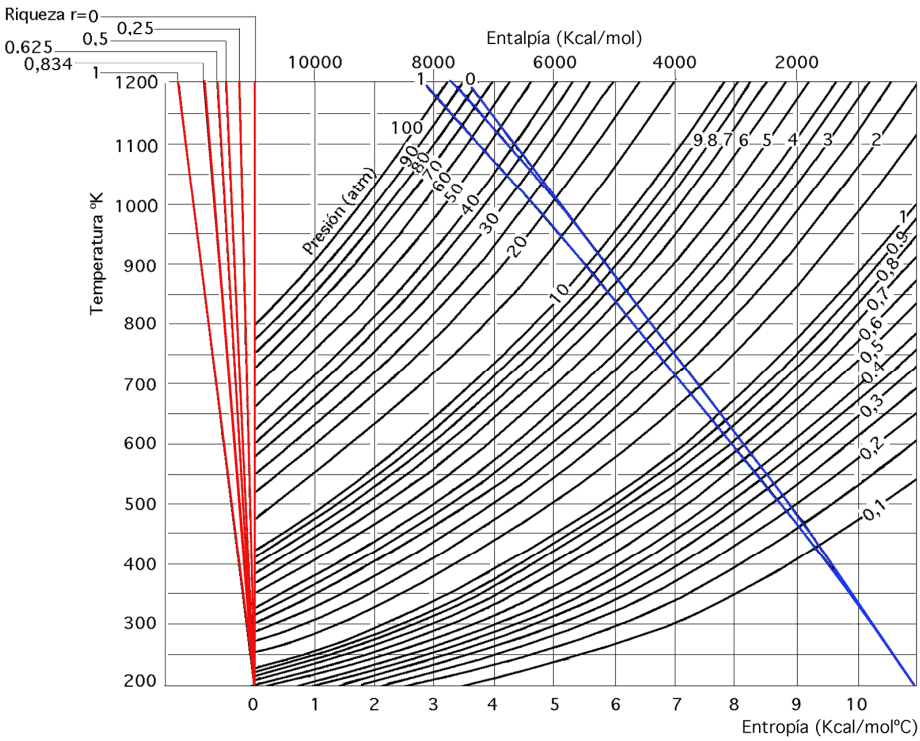


Fig I.23.- Diagrama aire-productos de combustión

Sin recuperación, el rendimiento no es satisfactorio más que para elevadas relaciones de compresión. En la Fig I.22 se han representado las mejoras aportadas por la refrigeración en la compresión *(isot.ad.0, isot.ad.1)*, sola o combinada con el recalentamiento durante la expansión *(isot.isot.0, (isot.isot.1)*. En la Fig I.23 se muestra el diagrama, aire-productos de combustión, de gran utilidad para la representación y toma de datos en los diferentes ciclos termodinámicos de turbinas de gas, y tipos de combustión definidos por la relación aire-combustible.