II.- TURBINAS DE VAPOR DE ACCIÓN

pfernandezdiez.es

Las turbinas de vapor transforman la energía potencial de tipo térmico, en energía mecánica. La energía potencial térmica disponible es la diferencia de entalpías entre el estado inicial del vapor, a la entrada de la turbina, y su estado final, a la salida de la misma; esta diferencia de entalpías se conoce como salto entálpico o salto térmico.

En las turbinas de vapor existen unos elementos fijos que son las toberas y los distribuidores de álabes; si el salto entálpico se transforma totalmente en energía cinética, la turbina es de acción y la entalpía a la salida de la tobera para un proceso isentrópico es igual a la entalpía final del vapor; en estas circunstancias, en los álabes dispuestos sobre el rotor o corona móvil, habrá únicamente una transformación de energía cinética en mecánica, que se produce haciendo seguir al fluido una determinada trayectoria, (entre álabes), de forma que su velocidad absoluta disminuya; cualquier cambio de magnitud o de dirección en dicha velocidad, es debido al efecto de una fuerza que es la acción de los álabes de la corona sobre el fluido.

A su vez, todo cambio en la dirección o en la magnitud de la velocidad del fluido origina un empuje sobre los álabes, de forma que para cuando éstos van montados sobre una corona móvil, la potencia generada es igual al producto de la velocidad tangencial de los álabes por la componente periférica de la fuerza.

II.1.- TURBINA DE VAPOR DE ACCIÓN CON UN ESCALONAMIENTO DE VELOCIDAD

Una turbina de vapor de acción con un escalonamiento de velocidad consta fundamentalmente de los siguientes elementos:

- Un distribuidor fijo, compuesto por una o varias toberas, cuya misión es transformar la energía térmica del vapor puesta a su disposición, total (acción), o parcialmente (reacción), en energía cinética

- Una corona móvil, fija sobre un eje, cuyos álabes situados en la periferia tienen por objeto transformar en energía mecánica de rotación, la energía cinética puesta a su disposición

En la tobera se realiza la expansión total del vapor, desde la presión p_0 hasta la p_1, Fig II.1, transformándose la energía térmica, totalmente, en energía cinética, en la forma:

$$\begin{cases} \text{Salto adiabático teórico: } i_0 - i_A = \dfrac{1}{2g}\,(c_{1t}^2 - c_0^2\,) = \Delta i_{ad} \\ \text{Salto real en la tobera: } i_0 - i_1 = \dfrac{1}{2g}\,(c_1^2 - c_0^2\,) \end{cases}$$

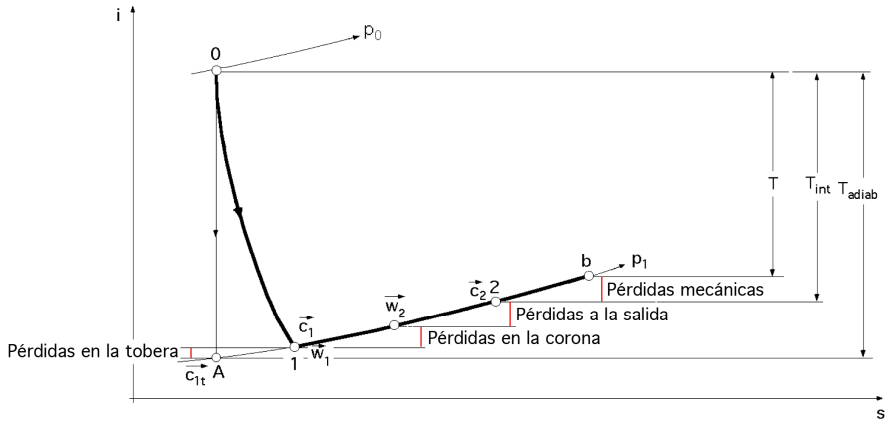


Fig II.1.- Representación en el diagrama (i-s) de un escalón de una turbina de acción

La sección entre álabes se mantiene constante; el vapor pasa por la corona a presión constante, actuando sobre los álabes en virtud de la energía cinética adquirida; si el vapor, al abandonar la corona, conserva aún una cierta velocidad, se puede utilizar posteriormente mediante un distribuidor de álabes guía fijos, para actuar sobre una segunda corona coaxial, consiguiéndose de esta forma una turbina de acción con escalonamientos de velocidad.

Tobera.- La circulación del vapor por la tobera es un proceso no isentrópico. Las investigaciones de Stodola, Prandtl, Christlein, etc, coinciden en admitir que la *pérdida de energía en la tobera* consta de dos sumandos principales:

- Las pérdidas debidas al rozamiento del chorro de vapor sobre las paredes

- Las pérdidas inherentes a la formación de torbellinos en el seno del fluido, así como las fugas de vapor por el intersticio entre toberas y corona, y el choque con el borde de entrada de los álabes

Todas estas pérdidas se resumen en un valor $\varphi < 1$, que se conoce como coeficiente de reducción de velocidad, siendo su valor del orden de 0,95. Debido a estas pérdidas, la energía mecánica de rozamiento se transforma en calor, siendo absorbida una fracción por el vapor, que incrementa así su entropía y su entalpía a la salida de la tobera.

Si $\vec{c}_{1t}$ es la velocidad teórica a la salida de la tobera, y $\vec{c}_1$ la velocidad real, se puede poner:

$$c_1 = \varphi_1\ c_{1t} = 91{,}48\ \varphi_1 \sqrt{\Delta i_{ad}}\ ,\ con,\ \Delta i_{ad}\ en\ \frac{Kcal}{kg}\ y\ c_1\ en\ \frac{m}{seg}$$

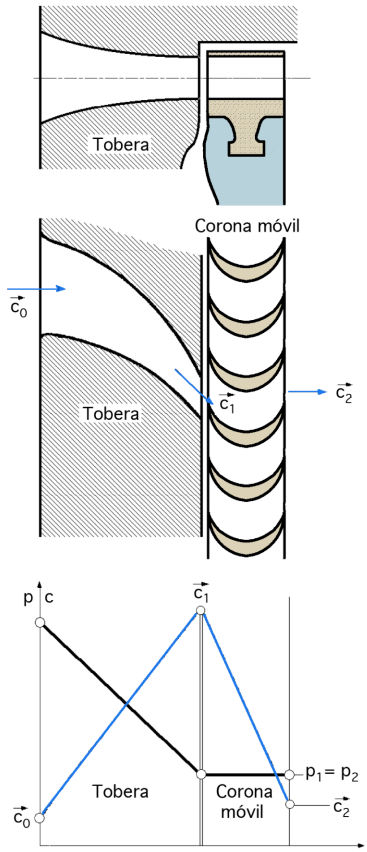


Fig II.2.- Esquema de una turbina de acción de una corona

siendo φ_1 el coeficiente de reducción de velocidad.

El trabajo de rozamiento en la tobera es de la forma:

$$T_{roz.\,tobera} = \frac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2\,g} = \frac{c_{1t}^2\,(1 - \varphi_1^2)}{2\,g} = \Delta i_{ad}\,(1 - \varphi_1^2) = \Delta i_{ad} - \frac{c_1^2}{2\,g}$$

El rendimiento de la tobera se define en la forma: $\eta_{tob} = \varphi_1^2$

Para toberas sólo convergentes y vapor recalentado, la presión final o presión de entrada en la corona p_1 es mayor que la correspondiente a la sección crítica p_k:

$$p_i > p_k \quad ; \quad p_k > 0{,}5455\,p_0$$

Corona móvil.- El cálculo de las pérdidas originadas por el paso del vapor a lo largo de los álabes es complejo a pesar de los numerosos y detallados trabajos experimentales que sobre el mismo se han realizado. En particular, no es rigurosamente cierto el supuesto de que el vapor pase a presión constante entre los álabes de la turbina de acción, de modo que las diferencias de presiones que se establecen entre filetes fluidos de distinta curvatura, darán lugar a la formación de torbellinos que se suman a los que origina la circulación propiamente dicha; estas pérdidas se pueden agrupar en pérdidas por:

- *Choque contra la arista de entrada del álabe*
- *Rozamiento del vapor sobre la superficie de los álabes*
- *Curvatura, que son las más importantes y radican en el efecto de la fuerza centrífuga sobre las partículas de vapor, fuerza que tiende a aumentar la presión sobre la cara cóncava, y a disminuirla sobre la convexa*

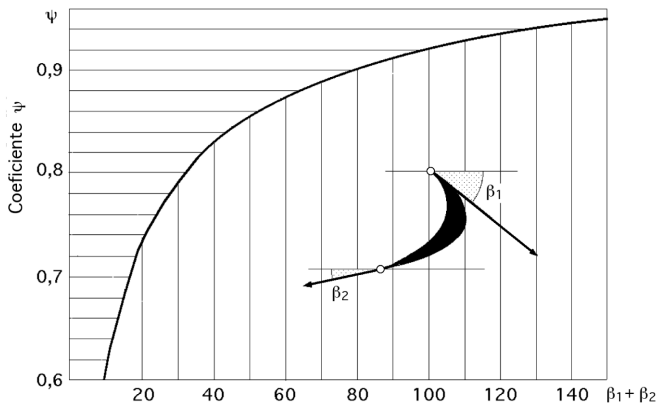


Fig II.3.- Valor del coeficiente ψ (para acción y reacción) en función de (β_1+ β_2)

Para su valoración se introduce un coeficiente $\psi \le 1$ que compendia las pérdidas y modifica la velocidad relativa conque el vapor circula entre los álabes, de modo que la velocidad relativa de salida es, $w_2 = \psi\, w_1$ y las pérdidas:

$$P_{álabes} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2\,g} = (1 - \psi^2)\,\frac{w_1^2}{2\,g}$$

Los valores numéricos de ψ son más difíciles de determinar que los de φ pudiéndose expresar en función de la desviación $(\beta_1 + \beta_2)$ de la vena de vapor, es decir, de la suma de los ángulos que forman entre sí las velocidades relativas de entrada y

salida. En el gráfico de la Fig II.3 se indican los valores de ψ correspondientes.

A la salida de los álabes hay unas pérdidas debidas a la velocidad absoluta de salida $\vec{c}_2$, que incrementan la entalpía y la entropía del vapor, tramo (a2), de la forma $\frac{c_2^2}{2g}$

Existen otras pérdidas puramente mecánicas debidas a la ventilación, rozamiento de los discos, etc, que en el diagrama (i,S) hemos definido por el tramo (2b).

El chorro de vapor a la salida de las toberas es libre, mientras que la presión existente a uno y otro lado de los álabes móviles de la corona es, teóricamente, la misma. En realidad hay una caída de presión por el rozamiento. El esquema que se expone en la Fig II.2 se corresponde con el de una turbina de acción con un escalonamiento de velocidad.

TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES

Entrada.- En la Fig II.4 se han representado los cambios de velocidad que experimenta el vapor en la corona móvil.

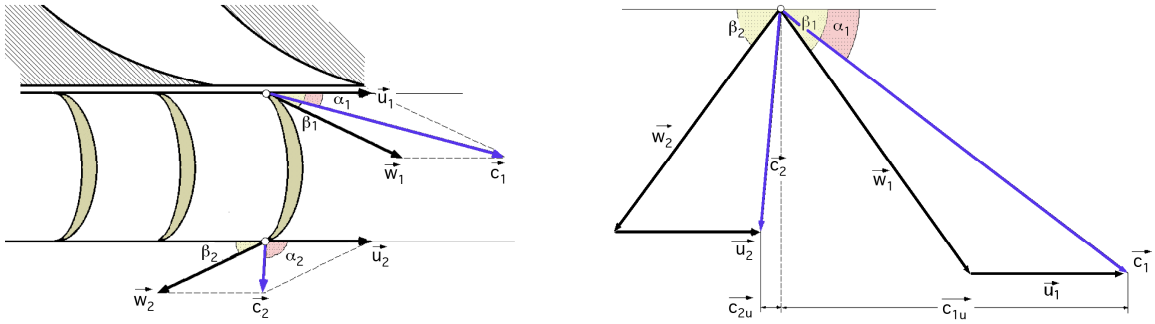


Fig II.4.- Triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete

El vapor sale de la tobera y penetra entre los álabes de la corona móvil, con una velocidad $\vec{c}_1$; la velocidad tangencial (periférica) es $\vec{u}$, y por lo tanto, la velocidad relativa del vapor a la entrada es $\vec{w}_1$, que es la que observaría un espectador que se moviese arrastrado por los álabes, de la forma:

$$w_1 = \sqrt{u^2 + c_1^2 - 2\,u\,c_1\,\cos\alpha_1} = c_1\,\frac{sen\,\alpha_1}{sen\,\beta_1}$$

$$u = c_{1u} - w_1\,\cos\beta_1 = R\,w$$

siendo: $w = \frac{\pi\,n}{30}$ la velocidad angular y n el nº de r.p.m

Al conjunto de velocidades $\vec{u}$, $\vec{c}_1$ y $\vec{w}_1$, junto con los ángulos α_1 y β_1 se le conoce como triángulo de velocidades a la entrada.

Salida.- Al pasar el vapor entre los álabes de la corona, la velocidad relativa disminuye por rozamiento, por lo que a la salida se tienen otras velocidades $\vec{u}$, $\vec{c}_2$ y $\vec{w}_2$, que forman entre sí los si-

guientes ángulos:

Ángulos: $\begin{cases} (\widehat{\vec{u}\ \vec{w}_2}) \rightarrow \beta_2 \\ (\widehat{\vec{u}\ \vec{c}_2}) \rightarrow \alpha_2 \end{cases}$, y velocidades, $\begin{cases} w_2 = \psi\ w_1 \\ c_2 = \sqrt{u^2 + w_2^2 - 2\,u\,w_2\ cos\ \beta_2} \\ u_2 = u_1 = u \end{cases}$

Los diversos *trabajos y rendimientos* se pueden obtener como se indica a continuación:

TRABAJO INTERNO.- El trabajo generado por un determinado gasto másico $G\,(\frac{kg}{seg})$ de vapor se puede expresar, sin considerar las pérdidas mecánicas, en la forma:

$$T_{int} = T_{ad\ real} - Pérdidas\ \ internas = T_{ad\ real} - (P_{álabes} + P_{salida}) = \frac{c_1^2}{2g} - (\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g}) = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$$

La potencia generada en la turbina es: $\begin{cases} N_{int} = G\,(\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}) = \frac{G\,u}{g}\,(c_{1u} + c_{2u}) \\ N = G\,(\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g})\,\eta_{mec} \end{cases}$

Rendimiento interno.- La definición general del rendimiento interno es la relación entre el trabajo interno generado en la corona móvil y la entalpía disponible.

$$\eta_{int} = \frac{T_{int}}{\Delta i_{ad\ teórico}} = \frac{T_{int}}{\frac{c_{1t}^2}{2g}} = \frac{(c_1^2 - c_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{c_{1t}^2}$$

Las ecuaciones anteriores son válidas exista o no rozamiento, y lo mismo para el caso en que se transforme, o no, todo el salto de entalpía disponible en energía cinética, bien totalmente en las toberas (turbinas de acción), o parcialmente en el distribuidor de álabes guía y el resto en la corona de álabes móviles (turbina de reacción). En el primer caso sabemos que el vapor circula entre los álabes de la corona móvil a presión constante, siendo la sección de paso entre los álabes constante, Fig II.6, mientras que para el segundo caso, la presión a la entrada de los álabes de la corona móvil es mayor que a la salida, lo que se consigue haciendo que la sección de paso entre los álabes sea variable, Fig II.7.

Haciendo uso del Teorema de Euler aplicado a las Turbomáquinas, el *trabajo interno* es:

$$T_{int} = \frac{u}{g}\,(c_{1u} + c_{2u}) =$$

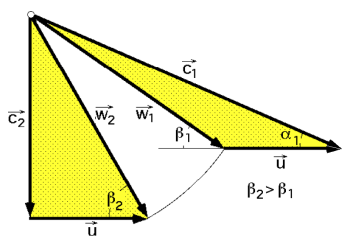


Fig II.5.- Triángulos de velocidades para álabes no simétricos, $\alpha_2 = 90°$ (Flujo no axial)

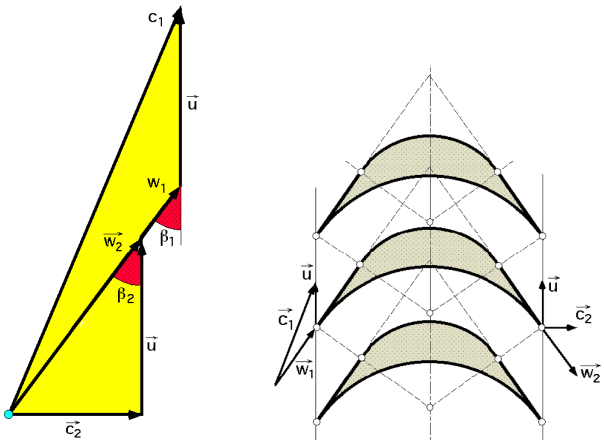


Fig II.6.- Triángulos de velocidades para álabes simétricos, $\alpha_2 = 90°$ (Flujo no axial)

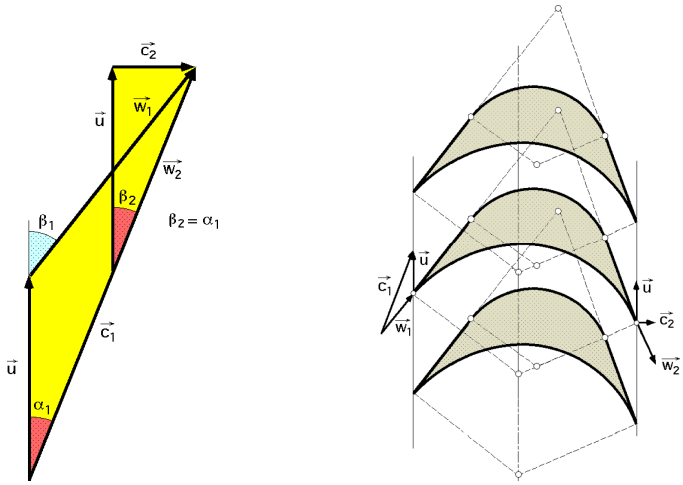


Fig II.7.- Triángulos de velocidades para álabes asimétricos: $\beta_2 = \alpha_1$; $\alpha_2 = 90°$ (Flujo no axial)

$$= \left| \begin{array}{l} c_{1u} = c_1 \cos\alpha_1 = w_1 \cos\beta_1 + u \quad \Rightarrow \quad w_1 = \dfrac{c_1 \cos\alpha_1 - u}{\cos\beta_1} \\ c_{2u} = w_2 \cos\beta_2 - u = \psi\, w_1 \cos\beta_2 - u = \psi \dfrac{c_1 \cos\alpha_1 - u}{\cos\beta_1} \cos\beta_2 - u = \psi \dfrac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1} (\cos\alpha_1 - \xi)\, c_1 - u \end{array} \right| =$$

$$= \frac{u}{g} \{ c_1 \cos\alpha_1 + \psi \frac{c_1 \cos\alpha_1 - u}{\cos\beta_1} \cos\beta_2 - u \} = \frac{u}{g} (1 + \psi \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}) (c_1 \cos\alpha_1 - u) = \left| \xi = \frac{u}{c_1} \right| =$$

$$= \frac{c_1^2}{g} (1 + \psi \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}) (\cos\alpha_1 - \xi)\, \xi$$

siendo la expresión del rendimiento interno de la forma:

$$\eta_{int} = \frac{T_{int}}{T_{ad}} = 2\, g \frac{T_{int}}{c_{1t}^2} = 2\, g\, \varphi^2 \frac{T_{int}}{c_1^2} = 2\, g \frac{\varphi^2}{c_1^2} \frac{u}{g} (1 + \psi \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}) (c_1 \cos\alpha_1 - u) =$$

$$= 2\, \varphi^2 \frac{u}{c_1} (1 + \psi \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}) (\cos\alpha_1 - \frac{u}{c_1}) = 2\, \varphi^2\, \xi\, (1 + \psi \frac{\cos\beta_2}{\cos\beta_1}) (\cos\alpha_1 - \xi)$$

De lo anterior se deducen las siguientes consecuencias:

- El rendimiento interno es tanto mayor cuanto más pequeño es el ángulo de entrada α_1

- La potencia es tanto mayor cuanto más elevado sea α_1 *para un valor determinado del salto entálpico, por cuanto la velocidad axial* $c_m = c_1 \, sen \, \alpha_1$*, por unidad de sección es mayor.*

- Supuestos constantes φ, α_1 *y* ψ*, el rendimiento es función de* ξ_1 *y de la relación* $\frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}$

El ángulo β_1 depende de ξ_1 pero se puede suponer que para cada valor de ξ_1 el perfil del álabe se proyecta de tal forma, que la relación $\frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}$ es constante, lo cual quiere decir que un aumento de ξ_1 implica un aumento de β_1 y para que la relación se mantenga, β_2 tiene que disminuir.

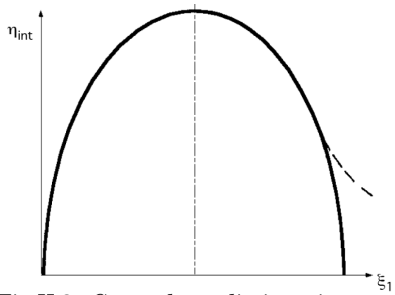


Fig II.8.- Curva de rendimiento interno

Si se eligen álabes simétricos $\begin{cases} \sigma = 0 \\ \beta_1 = \beta_2 \end{cases}$ el rendimiento interno es sólo función de ξ_1, es decir:

$$\eta_{int} = f(\xi_1) = 2 \, \varphi^2 \, \xi_1 \, (1 + \psi) \, (\cos \alpha_1 - \xi_1)$$

que se representa en la Fig II.8 y que se corresponde con la ecuación de una parábola que se anula para:

$\begin{cases} \xi_1 = 0, \text{ (turbina parada)} \\ \xi_1 = \cos \alpha_1, \text{ (velocidad tangencial igual a la componente periférica } \vec{c}_{1n} \text{ de la velocidad de entrada)} \end{cases}$

Trabajo interno máximo.- El trabajo interno máximo se obtiene derivando la ecuación del trabajo interno respecto de *u*:

$$\frac{dT_{int}}{du} = \frac{1}{g} \left(1 + \psi \, \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}\right) (c_1 \cos \alpha_1 - 2 \, u) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 \, u = c_1 \cos \alpha_1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \alpha_1 = 17^o; \; u = 0{,}475 \, c_1 \\ \alpha_1 = 22^o; \; u = 0{,}4635 \, c_1 \end{cases}$$

$$T_{int.(máx)} = \frac{c_1 \cos \alpha_1}{2 \, g} \left(1 + \psi \, \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}\right) \left(c_1 \cos \alpha_1 - \frac{c_1 \cos \alpha_1}{2}\right) = \left(1 + \psi \, \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}\right) \frac{c_1^2 \cos^2 \alpha_1}{4 \, g} = \frac{u^2}{g} \left(1 + \psi \, \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}\right)$$

Rendimiento interno máximo.- El rendimiento interno máximo se obtiene sustituyendo en la expresión del rendimiento interno la condición, $2 \, u = c_1 \cos \alpha_1$, o también:

$$\eta_{int.(máx)} = \frac{T_{int.(máx)}}{\frac{c_{1t}^2}{2 \, g}} = \frac{\frac{1}{g} \left(1 + \psi \, \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}\right) \frac{c_1^2 \cos^2 \alpha_1}{4}}{\frac{c_1^2}{2 \, g \, \varphi^2}} = \left(1 + \psi \, \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}\right) \frac{\varphi^2 \cos^2 \alpha_1}{2}$$

Para álabes simétricos: $\begin{cases} T_{int.(máx)} = (1 + \psi) \, \frac{c_1^2 \cos^2 \alpha_1}{4 \, g} \\ c_{2u} = \frac{c_1 \, (\psi - 1) \cos \alpha_1}{2} \\ \eta_{int.(máx)} = (1 + \xi) \, \frac{\varphi^2 \cos^2 \alpha_1}{2} \end{cases}$

Para obtener un buen rendimiento es fundamental elegir adecuadamente el valor de ξ_1 de forma que siempre permanezca en las proximidades del $\xi_{máx}$.

Gasto másico de vapor.- El salto adiabático disponible se determina mediante el diagrama de Mollier; para un rendimiento dado de la turbina, el gasto másico de vapor es:

$$G = \frac{860\ N}{\eta\ \Delta i_{ad.teórico}}\ ,\ con\ \begin{cases} N\ en\ kW \\ \Delta i\ en\ Kcal\ /\ kg \end{cases}$$

$$G = \frac{632{,}3\ N}{\eta\ \Delta i_{ad.teórico}}\ ,\ con\ \begin{cases} N\ en\ CV \\ \Delta i\ en\ Kcal\ /\ kg \end{cases}$$

y aunque el rendimiento global de la turbina $\eta = \eta_{int}\ \eta_{mec}$, no se conoce hasta una vez ensayada, se dispone de resultados de diseño y proyectos anteriores, que se pueden aprovechar en forma aproximada a fin de minimizar su coste de fabricación.

Velocidad de embalamiento.- Cuando la turbina adquiere la velocidad de embalamiento posee un rendimiento nulo, por lo que, $cos\ \alpha_1 = \xi_1$, y no proporciona potencia. La velocidad de embalamiento de la turbina, que es la que ésta adquiriría si el par resistente fuese nulo es, $u = c_1\ cos\ \alpha_1$, y corresponde a una corona con álabes rigurosamente rectos y axiales, pasando el vapor a través de ellos sin ejercer empuje periférico alguno.

Para una turbina ya construida que funcione a velocidades muy superiores a las de proyecto, se tiene que cumplir $\vec{c}_{1u} = \vec{c}_{2u}$, y los valores de las componentes meridianas de las velocidades coincidirán, siendo los triángulos de velocidades para el embalamiento (*), los indicados en la Fig II.9.

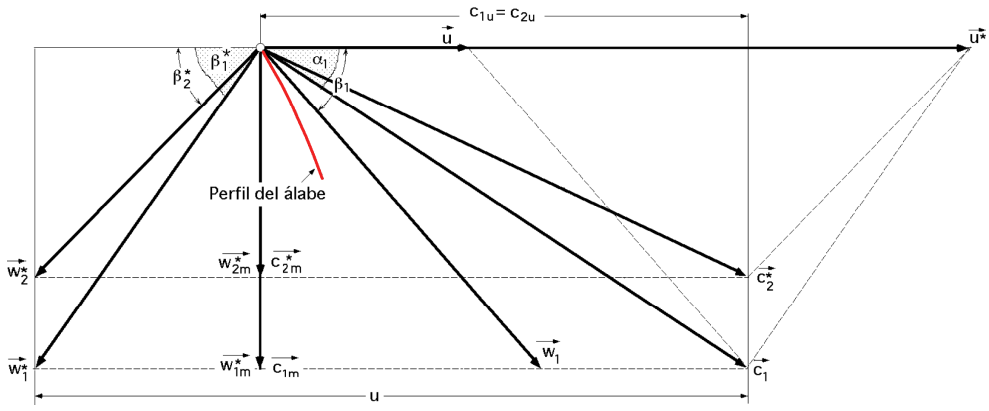


Fig II.9.- Triángulos de velocidades para el embalamiento

De dichos triángulos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$u^* = c_1\ cos\ \alpha_1 + w_{2^*} cos\ \beta_{2^*}$$

$$w_{1*}\cos\beta_{1*} = w_{2*}\cos\beta_{2*} = \psi\, w_{1*}\cos\beta_{2*} \quad \Rightarrow \quad \cos\beta_{1*} = \psi\cos\beta_{2*} \quad ; \quad \frac{\cos\beta_{1*}}{\psi} = \cos\beta_{2*}$$

$$w_{1*}\,sen\,\beta_{1*} = c_1\,sen\,\alpha_1 \quad \Rightarrow \quad w_{1*} = \frac{c_1\,sen\,\alpha_1}{sen\,\beta_{1*}} = \frac{w_{2*}}{\psi}$$

Multiplicándolas miembro a miembro:

$$\frac{w_{2*}}{\psi}\cos\beta_{2*} = \frac{c_1\,sen\,\alpha_1}{sen\,\beta_{1*}}\,\frac{\cos\beta_{1*}}{\psi} \quad ; \quad w_{2*}\cos\beta_{2*} = \frac{c_1\,sen\,\alpha_1}{tg\,\beta_{1*}}$$

$$u^* = c_1\cos\alpha_1 + \frac{c_1\,sen\,\alpha_1}{tg\,\beta_{1*}} = c_1\cos\alpha_1\left(1 + \frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\beta_{1*}}\right)$$

$$\cos\beta_{1*} = \psi\cos\beta_{2*} \quad ; \quad 1 + tg^2\beta_{1*} = \frac{1}{\psi^2}\left(1 + tg^2\beta_{2*}\right)$$

$$tg\,\beta_{1*} = \sqrt{\frac{1}{\psi^2}\left(1 + tg^2\beta_{2*}\right) - 1} = \frac{1}{\psi}\sqrt{1 + tg^2\beta_{2*} - \psi^2}$$

y el valor de la velocidad de embalamiento es:

$$u^* = c_1\cos\alpha_1 + w_{2*}\cos\beta_{2*} = c_1\cos\alpha_1\left(1 + \frac{\psi\, tg\,\alpha_1}{\sqrt{1 + tg^2\beta_{2*} - \psi^2}}\right)$$

deduciéndose que la velocidad de embalamiento es siempre superior a, $u = c_1\cos\alpha_1$, lo cual es debido a que si $\vec{w}_2$ está situada, en una turbina dada, a un lado del eje meridiano, en el embalamiento también estará $\vec{w}_1$ en el mismo lado.

Como el valor $\psi = \frac{w_2}{w_1}$ *es pequeño, el valor de u estará próximo a,* $c_1\cos\alpha_1$

PERDIDAS MECÁNICAS.- Dependen de las siguientes circunstancias: $\begin{cases} Rozamiento\ de\ discos \\ Ventilación \\ Inyección\ parcial \end{cases}$

- Las *pérdidas mecánicas por rozamiento de discos* se determinan mediante la expresión:

$$P_1 = 3.10^{-7}\ D^{1,4}\ u^{2,8}\ \gamma\ ,\ (Kcal/seg)$$

en la que D es el diámetro medio de la corona en metros, u viene en m/seg y γ en kg/m^3.

- Las *pérdidas por ventilación* vienen originadas por el rozamiento de las aletas que no están sometidas a la inyección del vapor; se pueden determinar mediante la expresión:

$$P_2 = 1{,}35.10^{-5}\ D^{0,7}\ a\ u^{2,8}\ \gamma\ (1 - \varepsilon)\ ,\ (Kcal/seg)$$

en la que a es la altura del álabe en metros, u viene en m/seg, y ε es el grado de inyección, de la forma, $\varepsilon = \dfrac{Arco\ de\ inyección}{Longitud\ de\ la\ circunferencia\ media}$

- Las *pérdidas debidas a la inyección parcial* se determinan mediante la ecuación:

$$P_3 = 100\ \varepsilon\ (\varepsilon^{-0,07} - 1)\ \frac{Salto\ efectivo}{100}\ ,\ (Kcal/kg)$$

y son debidas a los remolinos producidos en los álabes de la corona móvil por la trayectoria diferente de las primeras ráfagas y de las últimas.

II.2.- TURBINA CURTIS

La turbina Curtis es una turbina de acción con escalonamientos de velocidad, y cuando por primera vez fue construida, presentaba como características principales una disposición vertical y un número reducido de escalonamientos de presión, inferior a cinco, cada uno de los cuales estaba subdividido en dos o tres escalonamientos de velocidad, constituyendo así una turbina mixta. La disposición vertical ocupaba un espacio mínimo, presentando algunas ventajas desde el punto de vista de desgaste de cojinetes, equilibrado, etc, pero la disposición actual es horizontal, y los escalonamientos de velocidad se limitan a la primera rueda de alta presión, ya que en las turbinas de vapor de acción de pequeña y media potencia, como el salto entálpico asignado al primer escalonamiento de acción resulta excesivo, se sustituye por un doble escalonamiento Curtis que permite la admisión parcial de vapor; a esta corona Curtis se la conoce como *corona de regulación*, ya que en ella se verifica la regulación cuantitativa del flujo de vapor de la turbina.

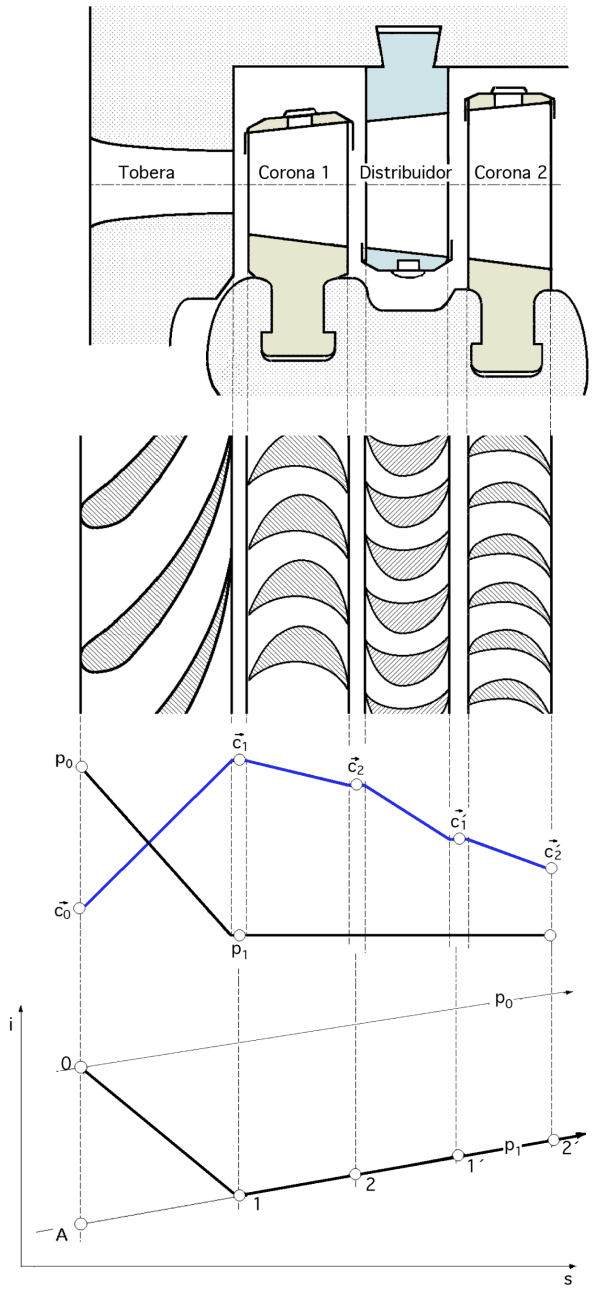


Fig II.10.- Esquema de una turbina Curtis con dos escalonamientos de velocidad

En las turbinas de vapor de gran potencia, que disponen de regulación por admisión parcial, se instala un escalón en cabeza que cuenta con una rueda Curtis con 2 ó más etapas de velocidad. Originalmente, las 2 etapas habituales de álabes de acción se disponían sobre un único disco y, entre ellas, un distribuidor siempre de álabes cilíndricos, que sólo orientaba la vena de vapor. Posteriormente se pasó de los primitivos álabes simétricos a los álabes asimétricos con igual ángulo de salida.

En la actualidad el efecto de la rueda Curtis se puede reducir a una simple rueda de acción, (una sola etapa de velocidad). El objetivo actual de la rueda Curtis de corona única, radica en facilitar la regulación por admisión parcial, acortando la expansión a completar por los escalones siguientes (abaratando su coste) El mayor inconveniente de la rueda Curtis es la erosión, que se minimiza con una adecuada tecnología constructiva; otros inconvenientes que plantea la Curtis aguas abajo de su propio escalonamiento, son las estelas de vapor que producen los álabes de la rueda tras sus bordes de fuga, debido a que la velocidad del vapor, en la Curtis, es ligeramente inferior a la velocidad del sonido en ese medio.

Si en la turbina de vapor no se prevé tras la Curtis un espacio amplio bien diseñado (cámara de homogeneización o mezcla), las estelas llegan a incidir en el primer escalonamiento de reacción, induciendo así vibraciones en el cuerpo de AP, que pueden ser muy peligrosas. De hecho se han registrado averías graves durante la puesta en servicio de grupos de gran potencia, con regulación por admisión parcial, destacando entre las más recientes la rotura de la soldadura entre el cuerpo del álabe y su corona de punta, originándose deterioros adicionales en otros puntos de la unidad.

Este escalonamiento está constituido por un conjunto circunferencial de toberas, en el estator, y por una rueda de acción (actualmente de una etapa) en el rotor, que se agrupan normalmente en varios bloques unidos entre sí por soldadura.

Los escalones posteriores, sean de acción o de reacción, se componen con elementos distribuidores de un amplio rango de tipos, que se reducen a álabes fijados en ranuras previstas en los portaálabes o en la propia carcasa.

Si la relación cinemática a la entrada ξ_1 está por debajo de su valor óptimo, para un valor dado de la velocidad $\vec{c}_1$ se obtienen velocidades de salida $\vec{c}_2$ elevadas, tanto mayores cuanto más pequeña sea ξ_1, (a la parte contraria a $\vec{c}_1$ en los triángulos de velocidades), es decir: $\frac{u}{c_1}\downarrow \Rightarrow c_2 \uparrow$

Para aprovechar una parte de esta energía a la salida de los álabes, se dispone de un distribuidor de álabes guía a continuación de la primera corona móvil, desviando el chorro de vapor e introduciéndole en una segunda corona móvil, obteniéndose así una turbina de acción con dos escalonamientos de velocidad, Fig II.10; la expansión completa del vapor se produce en la tobera, mientras que en los álabes, tanto en los de las coronas móviles, como en los fijos del distribuidor, no se produce caída de presión, salvo pérdidas de carga por rozamiento. Si la energía del vapor a la salida de esta segunda corona móvil, fuese todavía elevada, se podría disponer a continuación de un nuevo escalonamiento de velocidad, y así sucesivamente, aunque por las razones que expondremos más adelante, el número de escalonamientos de velocidad suele ser de dos o tres como máximo.

Cálculos para una turbina Curtis de 2 etapas.- Para determinar la potencia y el rendimiento de una turbina Curtis con dos escalonamientos de velocidad, podemos partir del esquema de triángulos de velocidades, Fig II.11, en el que se ha considerado que los álabes de las coronas y del

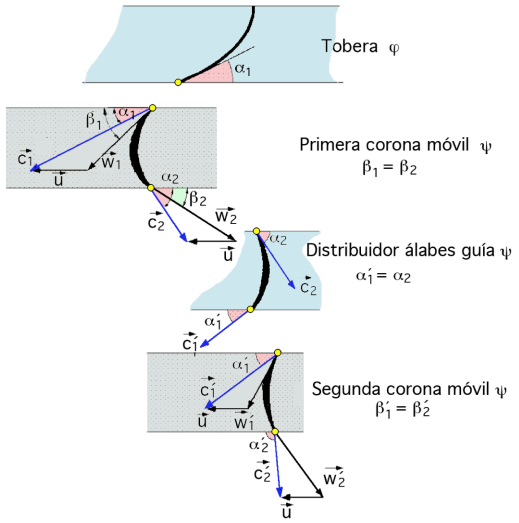


Fig II.11.- Triángulos de velocidades de álabes simétricos

distribuidor son simétricos:

$$\beta_1 = \beta_2 \;;\; \alpha_{1'} = \alpha_2 \;;\; \beta_{1'} = \beta_{2'}$$

Asimismo supondremos un coeficiente de reducción de velocidad para las dos coronas y para el distribuidor de álabes idéntico, igual a ψ, mientras que para la tobera es φ.

Del estudio de los triángulos de velocidades, Fig II.11, se deduce:

- *Primera corona:* $w_2 = \psi\, w_1 \;\;;\;\; \beta_2 = \beta_1$

$$c_{1u} = c_1 \cos\alpha_1 = w_1 \cos\beta_1 + u \quad \Rightarrow \quad w_1 \cos\beta_1 = c_1 \cos\alpha_1 - u$$

$$c_{2u} = c_2 \cos\alpha_2 = w_2 \cos\alpha_2 - u = \psi\, w_1 \cos\beta_1 - u = \psi\,(c_1 \cos\alpha_1 - u) - u$$

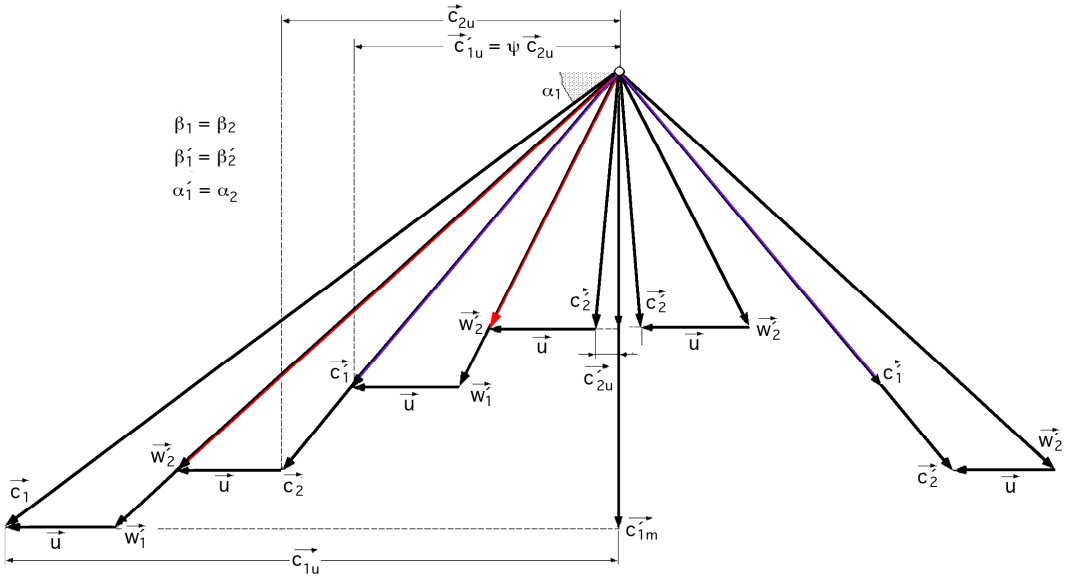
- *Distribuidor de la segunda corona:* $c_{1'} = \psi c_2 \;\Rightarrow\; c_{1'u} = \psi c_{2u}$

- *Segunda corona:* $w_{2'} = \psi\, w_{1'} \;\;;\;\; \beta_{2'} = \beta_{1'}$

$$c_{1'u} = c_{1'} \cos\alpha_{1'} = \psi\, c_{2u} = \psi\,\{\psi\,(c_1 \cos\alpha_1 - u)\} - \psi\, u = \psi^2 (c_1 \cos\alpha_1 - u) - \psi\, u$$

$$c_{2'u} = w_{2'} \cos\beta_{2'} - u = \psi\, w_{1'} \cos\beta_{1'} - u = \psi\,(c_{1'} \cos\alpha_{1'} - u) - u =$$

$$= \psi\,\{\psi^2 (c_1 \cos\alpha_1 - u) - \psi\, u - u\} - u = \psi^3 (c_1 \cos\alpha_1 - u) - \psi^2 u - \psi\, u - u$$



Triángulos de velocidades abatidos de álabes simétricos ($b_1 = b_2$)

Fig II.12.- Rueda de acción (turbina Curtis) con dos escalonamientos de velocidad.

El ***trabajo interno***, (que no tiene en cuenta las pérdidas mecánicas, ni las pérdidas por rozamiento de disco y ventilación), es la suma de los trabajos periféricos desarrollados por cada corona; aplicando el Teorema de Euler se obtiene:

$$T_{int} = \frac{u}{g} \sum (c_{1u} + c_{2u}) = \left\{ \begin{array}{l} 1^a\ Corona,\ T_{int.1} = \frac{u}{g}\ (1+\psi)\ (c_1\ cos\ \alpha_1 - u) \\ 2^a\ Corona,\ T_{int.2} = \frac{u}{g}\ \{(\psi^2 + \psi^3)\ c_1\ cos\ \alpha_1 - u\ (\psi^3 + 2\ \psi^2 + 2\ \psi + 1)\} \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{u}{g}\ \{c_1\ cos\ \alpha_1\ (\psi^3 + \psi^2 + \psi + 1) - u\ (\psi^3 + 2\ \psi^2 + 3\ \psi + 2)\} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} A = \psi^3 + \psi^2 + \psi + 1 \\ B = \psi^3 + 2\ \psi^2 + 3\ \psi + 2 \end{array} \right| = \frac{u}{g}\ (A\ c_1\ cos\ \alpha_1 - u\ B)$$

El trabajo teórico disponible es:

$$T_{teórico} = i_0 - i_A = \frac{c_{1t}^2}{2\ g} = \frac{c_1^2}{2\ g\ \varphi^2}$$

El rendimiento interno es:

$$\eta_{int} = \frac{T_{int}}{T_{teór}} = \frac{\frac{u}{g}\ (A\ c_1\ cos\ \alpha_1 - B\ u)}{c_1^2\ /\ 2\ g\ \varphi^2} = 2\ \varphi^2\ \frac{u}{c_1^2}\ (A\ c_1\ cos\ \alpha_1 - B\ u) = 2\ \varphi^2\ (\xi_1\ A\ cos\ \alpha_1 - B\ \xi_1^2)$$

La condición de rendimiento interno máximo, y el rendimiento interno máximo, son:

$$\frac{d\eta_{int}}{du} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{A\ cos\ \alpha_1}{c_1} - B\ \frac{2\ u}{c_1^2} = 0 \quad ; \quad u = \frac{A\ c_1\ cos\ \alpha_1}{2\ B} \quad ; \quad \xi_1 = \frac{A\ cos\ \alpha_1}{2\ B}$$

$$\eta_{int.máximo} = 2\ \varphi^2\ (\frac{A^2\ cos^2\alpha_1}{2\ B} - \frac{A^2\ cos^2\alpha_1}{4\ B}) = \frac{A^2\ \varphi^2\ cos^2\alpha_1}{2\ B}$$

En la Tabla II.1 y Fig II.13 se indican los rendimientos para diversas relaciones cinemáticas y escalonamientos de velocidad.

Tabla II.1.- Rendimientos η_{int}, en %

ξ	0,5	0,435	0,4	0,33	0,286	0,25	0,22	0,2	0,18	0,16	0,14	0,125	0,11	0,1	0,09	0,08	0,07
1^a Corona	74	75	74,6	70,8	65,7	60,8	56,1	52	48	44,7							
2^a Corona					61,3	63,6	64	63	60,6	57,8	52,6	47,7	43				
3^a Corona										54,4	56,1	55,4	53	50,2	47,4	44,6	42
4^a Corona													46,6	47,4	47,2	46	43

El reparto de trabajos internos para cada corona, en condiciones de rendimiento máximo, es:

Primera corona

$$T_{int.1} = \frac{u}{g}\ (1+\psi)\ (c_1\ cos\ \alpha_1 - u) = \left| \eta_{máx} \Rightarrow c_1\ cos\ \alpha_1 = \frac{2\ B\ u}{A} \right| = \frac{u^2}{g}\ (1+\psi)\ (\frac{2\ B}{A} - 1)$$

Para, $\psi = 1,\ A = 4,\ B = 8,$ *se obtiene,* $T_{int.1} = \dfrac{6\ u^2}{g}$

Segunda corona

$$T_{int.2} = \frac{u}{g}\ \{(\psi^2 + \psi^3)\ \frac{2\,B\,u}{A} - u\,(\psi^3 + 2\ \psi^2 + 2\ \psi + 1)\}$$

Para, $\psi = 1,\ A = 4,\ B = 8,$ *se obtiene,* $T_{int.2} = \dfrac{2\ u^2}{g}$

por lo que si se considera que el paso del vapor a través de los álabes se efectúa sin rozamiento, las ecuaciones anteriores indican que en la adaptación, la primera corona generaría una potencia tres veces mayor que la segunda.

Para $\psi = 0{,}9$ *resulta:* $\begin{cases} A = 3{,}439 \\ B = 7{,}049 \end{cases}$ *y las ecuaciones anteriores toman la forma:*

$$T_{int.1} = 5{,}89\ \frac{u^2}{g}\ \ ;\ \ T_{int.2} = 1{,}16\ \frac{u^2}{g}\ \ \Rightarrow\ \ \textit{Relación: 5 / 1}$$

Para una turbina Curtis con tres coronas y $\psi = 1$, se demuestra que el reparto de potencias está en la relación 5, 3, 1. En general, si la rueda Curtis tuviese *n* coronas, el reparto de potencias estaría en progresión aritmética de razón 2, deduciéndose de ésto el poco interés de ruedas Curtis de gran número de coronas, por lo que, no se suele pasar de 3 en el mejor de los casos.

El rendimiento de una turbina Curtis es inferior al de coronas simples, pero las pérdidas por rozamiento de los discos son más reducidas, por cuanto la rueda Curtis no lleva más que un solo disco; estas pérdidas mecánicas son proporcionales al peso específico del vapor, por lo que en aquellas turbinas de escalonamientos múltiples de presión (acción y reacción), la turbina Curtis va colocada siempre en cabeza, a la entrada del vapor procedente del recalentador.

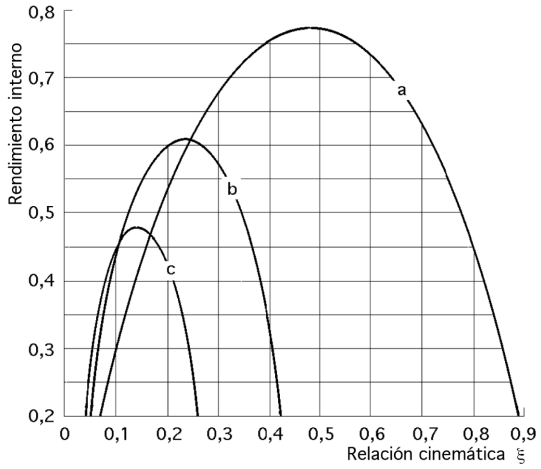


Fig II.13.- Rendimiento de una turbina Curtis para: a) Una corona; b) Dos coronas; c) Tres coronas

- Para una turbina Curtis de dos coronas y una relación cinemática, $\xi_1 = 0{,}2$*, la primera corona genera un 80% de la potencia total, y la segunda el 20% restante.*

- Si la relación cinemática fuese, $\xi_1 = 0{,}285$*, la primera corona generaría aproximadamente un 95% de la potencia total, y la segunda el 5% restante.*

Si se estudia la gráfica de rendimientos, Fig II.13, para una, dos y tres coronas, se puede reconocer la zona en que una turbina de un determinado número de coronas, es más ventajosa que otra. Como el factor económico es fundamental a la hora de diseñar y construir una turbina, éstas deben fabricarse para relaciones cinemáticas ξ lo más bajas posibles.

Elección del valor de la relación cinemática* ξ *en las turbinas de acción.- El valor óptimo de ξ, que teóricamente es igual a $\frac{\cos \alpha_1}{2}$ o ligeramente superior si $\beta_2 < \beta_1$, se reduce en la práctica debido a los rozamientos de los discos, siendo tanto más pequeño cuanto mayores son los rozamientos, (coronas de AP), por lo que crece a medida que aumenta la expansión.

En las últimas coronas es necesario aumentar α_1, lo que implica una reducción del valor de ξ; si estas coronas tienen un cierto grado de reacción, $c_1 = \varphi \sqrt{2\, g\, \Delta i_{ad}\, (1 - \sigma)}$, el valor de ξ aumenta porque disminuye $\vec{c}_1$.

Si el valor de ξ se toma más pequeño, la velocidad $\vec{c}_1$ crece, así como el salto por escalonamiento, por lo que se reduce el número de éstos y se simplifica la construcción.

Equivalencia entre un rodete Curtis y un rodete de coronas simples.- Para hallar la equivalencia teórica entre un rodete Curtis de n coronas, y un rodete de coronas simples, (n coronas, n discos), en condiciones de rendimiento máximo, $(\vec{c}_2 \perp \vec{u})$, se parte de las siguientes relaciones:

$$\textit{Relaciones cinemáticas:} \begin{cases} \textit{Para 1 corona simple, } \xi_{1_1} = \dfrac{u}{c_1} = \dfrac{\cos \alpha_1}{2} \\ \textit{Turbina Curtis,} \begin{cases} \textit{Para 2 coronas: } \xi_{1_2} = \dfrac{u}{c_1} = \dfrac{A \cos \alpha_1}{2\, B} \\ \textit{Para n coronas: } \xi_{1_n} = \dfrac{u}{c_1} = \dfrac{A \cos \alpha_1}{n\, B} \end{cases} \end{cases}$$

Una corona simple de acción que gira a la velocidad periférica $\vec{u}$ permite utilizar un salto de entalpías que se transforma, teóricamente, en $\frac{c_1^2}{2\, g}$ al igual que una turbina Curtis.

Los términos cinéticos para la corona y para la turbina Curtis de dos o más coronas, con $\psi = 1$, son:

$$\textit{Términos cinéticos:} \begin{cases} \textit{Para 1 corona simple, } \left.\dfrac{c_1^2}{2\, g}\right|_1 = \left| c_1 = \dfrac{2\, u}{\cos \alpha_1} \right| = \dfrac{2\, u^2}{g \cos^2 \alpha_1} \\ \textit{Turb. Curtis,} \begin{cases} \textit{Para 2 coronas: } \dfrac{c_1^2}{2\, g} = \left| c_1 = \dfrac{2\, B\, u}{A \cos \alpha_1} = \dfrac{4\, u}{\cos \alpha_1} \right| = \dfrac{2\, u^2}{g \cos^2 \alpha_1}\, 2^2 \\ \textit{Para n coronas: } \dfrac{c_1^2}{2\, g} = \left| c_1 = \dfrac{n\, B\, u}{A \cos \alpha_1} = \dfrac{2\, u\, n}{\cos \alpha_1} \right| = \dfrac{2\, u^2}{g \cos^2 \alpha_1}\, n^2 \end{cases} \end{cases}$$

Comparando las ecuaciones anteriores se deduce que una rueda Curtis de n escalonamientos de velocidad, teóricamente equivaldría a n^2 coronas simples, girando al mismo número de revoluciones n; ésto se traduce en una turbina de menor número de escalonamientos y, por tanto, más barata:

$$n_{Curtis} \approx n^2_{Acción} \approx 2\, n^2_{Reacción}$$

Dos escalonamientos Curtis equivaldrían, teóricamente, a 4 escalonamientos de presión y a 8 de reacción.

Tres escalonamientos Curtis equivaldrían a 9 escalonamientos de presión y a 18 de reacción.

Para pequeñas y medianas potencias *se puede utilizar admisión parcial* en todos los escalonamientos, porque trabajan a acción.

Las ruedas Curtis tienen el inconveniente de:

- Un reparto desigual del trabajo entre los rodetes
- Un menor rendimiento
- Que los álabes del distribuidor se erosionan debido a las grandes velocidades del vapor

Admisión parcial.- La rueda Curtis siempre está en cabeza de las turbinas de gran potencia; en la actualidad, dado el pequeño volumen específico del vapor a la entrada de la turbina, *se hace necesaria la admisión parcial en el primer escalonamiento,* debido a que el producto

$$G\,v = \Omega_{sal.\ tobera}\ \ c_1$$

no permite alturas de álabe significativas en la primera corona.

Admisión total.- La relación (altura/diámetro) del segundo escalonamiento se reduce al mínimo requerido para que este *segundo escalonamiento sea de admisión total*; con esta condición se fija el salto de entalpía mínimo que se dedica al primer escalonamiento de admisión parcial, que será tanto menor cuanto mayor sea el gasto másico G de la turbina.

Para el rendimiento y trazado de los álabes, si la altura de salida de la tobera se considera como la unidad, la altura máxima para los álabes de $\begin{cases} \textit{la primera corona sería igual a 1,4} \\ \textit{el distribuidor sería igual a 1,9} \\ \textit{la segunda corona sería igual a 2,3} \end{cases}$

Como la cuestión económica es un factor primordial a tener en cuenta, se utilizan turbinas monocelulares; cuando la expansión del vapor se realiza a velocidades $\vec{c}_1$ elevadas, una corona de acción llevaría a elegir un valor pequeño de ξ_1 del orden de $0{,}10 \div 0{,}15$, para no sobrepasar la resistencia de los álabes de la corona móvil, a la que correspondería un rendimiento muy bajo.

La rueda Curtis tiene la ventaja de:

- La sencillez, por disminuir la longitud de la turbina

- Emplear, para una longitud igual, un mayor número de coronas de diámetro pequeño para efectuar la expansión restante, y de ahí la mejora, por cuanto las pérdidas son proporcionales al cuadrado de la velocidad.

II.3.- TURBINA RATEAU

El francés Rateau construye en 1890 un tipo de turbina de acción, tangencial, Fig II.14, que trans-

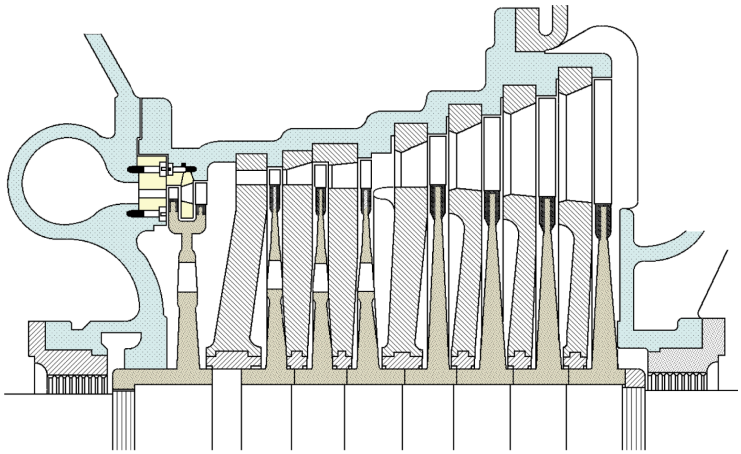


Fig II.14.- Esquema de una turbina Rateau

forma en turbina compound con dos escalonamientos de presión. Posteriormente subdivide el salto térmico utilizado por la máquina en un gran número de escalonamientos de presión, dando lugar a la turbina Rateau multicelular, que a pesar de ser de acción, se la dota de un ligero grado de reacción en los últimos escalonamientos, a fin de aumentar la velocidad de paso y salida del vapor y la consiguiente disminución de la altura de los álabes; el primer rodete de alta presión es de tipo Curtis, y lleva dos escalonamientos de velocidad.

III.3.- TURBINA ZOELLY

La turbina Zoelly (1903) es una turbina de acción con escalonamientos múltiples de presión en número no superior a 10 y montaje unicelular de los discos, y longitud reducida con un mínimo de pérdidas intersticiales en el juego entre eje y diafragmas, Fig II.15.

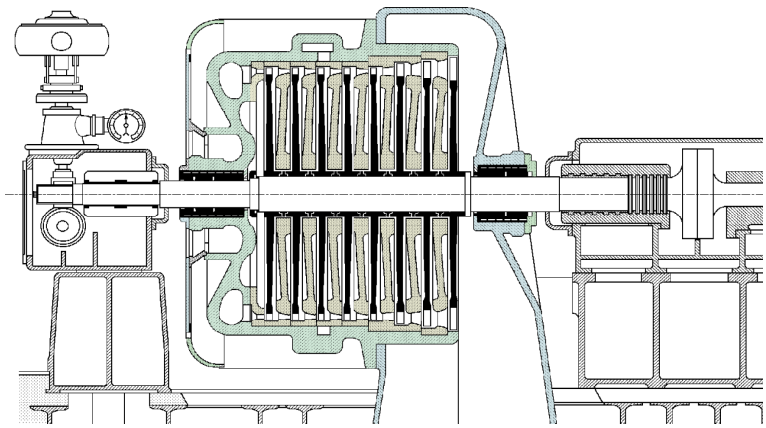


Fig II.15.- Esquema de una turbina Zoelly, 3,5 MW, 3000 rpm

En condiciones de trabajo normales una central térmica utiliza vapor recalentado a elevada presión y temperatura, lo que implica que el salto adiabático total puede ser del orden de $200 \div 300$ Kcal/kg, proporcionando velocidades absolutas $\vec{c}_1$ del orden de $1300 \div 1600$ m/seg; si se utiliza una turbina de acción de una sola corona, la velocidad periférica $\vec{u}$ podría llegar a ser del orden de $650 \div 800$ m/seg, pero no conviene sobrepasar de los 400 m/seg, por lo que hay que disminuir la velocidad absoluta del vapor para obtener un buen rendimiento, aparte de eliminar los problemas técnicos originados por las citadas velocidades que serían incompatibles con la resistencia mecánica de las coronas.

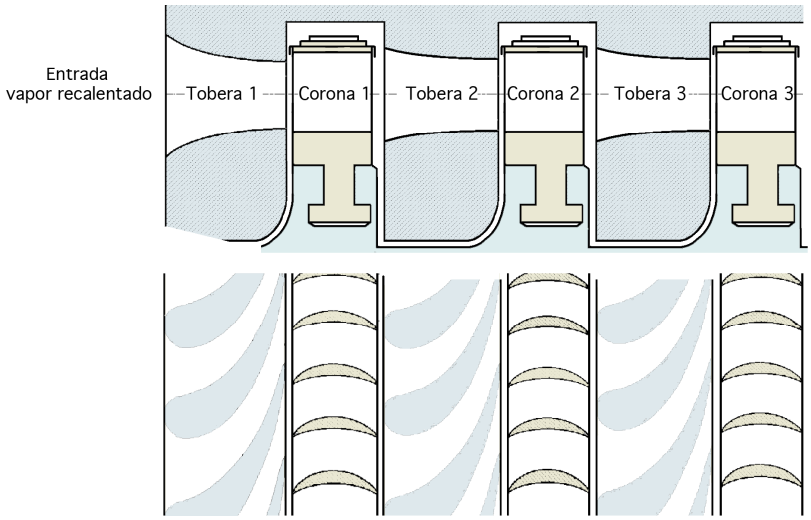


Fig II.16.- Esquema de los escalonamientos de una turbina Zoelly

Para ello se procede a repartir el salto total en varios escalones, de forma que en cada uno de ellos se trabaje únicamente con una fracción de dicho salto total disponible y de esta forma, para un número conveniente de escalones de presión se pueda disminuir la velocidad del vapor sin disminuir el rendimiento. En las turbinas Zoelly, que son totalmente de acción, las expansiones sucesivas del vapor se producen en las toberas, con lo que la presión va disminuyendo escalonadamente hasta que a la salida de la última corona se alcanza la presión del condensador. En cada turbina de acción se tiene que cumplir el que no exista diferencia de presiones entre una y otra cara de los rodetes, por cuanto sólo habrá diferencia de presiones en las toberas; en consecuencia, *en este tipo de turbinas no existe teóricamente empuje axial*.

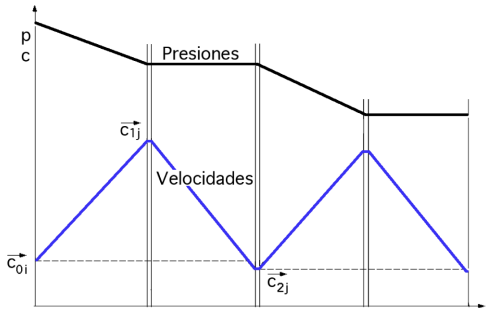


Fig II.17.- Diagrama de presiones y velocidades

Para mantener la velocidad periférica $\vec{u}$, dentro de unos valores admisibles, hay que fraccionar convenientemente el salto de entalpía. Se considerará uno cualquiera de estos escalonamientos y supondremos que el mismo se realiza entre los estados intermedios *i* y *j*; la velocidad de entrada del vapor en la tobera del citado escalón es la $\vec{c}_{0\,i}$, que no va a ser nula o despreciable como sucedía en la turbina simple de acción, sino que habrá que tenerla en cuenta y, por lo tanto, para el salto entálpico $(i_i - i_j)$ se tendrá una diferencia de presiones, $(p_i - p_j)$, Fig II.18

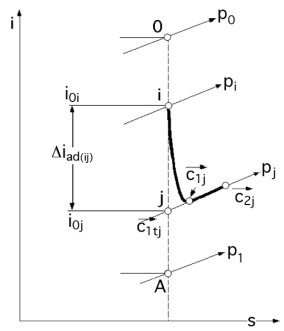


Fig II.18.- Escalonamiento intermedio de presión

Recuperación de las velocidades residuales en las turbinas de acción.- Si $\vec{c}_{2j}$ es la velocidad de salida del escalonamiento *j*, y $m < 1$ es un coeficiente de recuperación, la velocidad de sali-

da $\vec{c}_{1j}$ en el distribuidor del escalonamiento j es:

$$c_{1j} = \varphi \sqrt{2\,g\,\Delta i_{ad\,(ij)} + m\,c_{2\,j}^2}$$

que origina el aplanamiento de la curva de rendimiento y una mejora del rendimiento hasta valores del orden de (0,6÷0,7), para una recuperación total. *Todo sucede como si el salto térmico puesto a disposición de la turbina aumentase, por lo que se debe modificar aumentando el número de escalonamientos o el diámetro de los mismos.*

Los valores del coeficiente m se determinan experimentalmente, y son del orden de la unidad cuando se pasa de un escalonamiento de inyección total a otro de inyección parcial, con la condición de que tanto la separación relativa de la entrada del distribuidor a la salida de la corona anterior, como la desviación de los ángulos de la velocidad de salida de la corona y de entrada del distribuidor, no sean excesivas.

$$m \approx 1 \;\Rightarrow\; \textit{inyección total} \xrightarrow{\textit{pasa a}} \textit{inyección parcial}$$

Por el contrario, si se pasa de un escalonamiento de inyección parcial a otro de inyección total o a otro de inyección parcial donde el arco de inyección sea completamente distinto, el coeficiente m se reduce grandemente y las pérdidas correspondientes se calculan admitiendo que $m = 0$.

$$m \approx 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} \textit{inyección parcial} \xrightarrow{\textit{pasa a}} \textit{inyección total} \\ \textit{inyección parcial} \xrightarrow{\textit{pasa a}} \textit{inyección parcial con arco de inyección distinto} \end{cases}$$

II.4.- NUMERO DE ESCALONAMIENTOS

Número de Parsons para un escalón cualquiera.- El número de Parsons o *coeficiente de calidad* se define (en función de los parámetros de diseño de la turbina) en la forma:

$$X = \frac{u^2}{\Delta i_{ad}} = \left| \begin{array}{l} c_{0i}^2 = m\,c_{2j}^2 \\ c_{ij} = \varphi \sqrt{2\,g\,\Delta i_{ad\,(ij)} + m\,c_{2\,j}^2} \end{array} \right. \Rightarrow \left. \Delta i_{ad\,(ij)} = \frac{1}{2\,g}\left(\frac{c_{1j}^2}{\varphi^2} - m\,c_{2\,j}^2\right) \right| =$$

$$= \frac{2\,g\,u^2}{\dfrac{c_{1j}^2}{\varphi^2} - m\,c_{2j}^2} = \frac{2\,g\,u^2}{\dfrac{c_{1j}^2}{\varphi^2} - m\,(u^2 + w_2^2 - 2\,u\,w_2\,\cos\beta_2)_j} = \left| \begin{array}{l} \beta_1 = \beta_2 \\ w_{2j} = \psi\,w_{1j} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{2\,g\,u^2}{\dfrac{c_{1j}^2}{\varphi^2} - m\,(u^2 + \psi^2\,w_1^2 - 2\,u\,\psi\,w_1\,\cos\beta_1)_j} = \left| \begin{array}{l} w_{1j}^2 = (u^2 + c_1^2 - 2\,u\,c_1\,\cos\alpha_1)_j \\ (w_1\cos\beta_1)_j = (c_1\cos\alpha_1 - u)_j \end{array} \right| =$$

$$= \frac{2\,g\,u^2}{\frac{c_{1j}^2}{\varphi^2} - m\,\{u^2 + \psi^2\,(u^2 + c_1^2 - 2\,u\,c_1\,\cos\alpha_1) - 2\,u\,\psi\,(c_1\,\cos\alpha_1 - u)\}_j} =$$

$$= \frac{2\,g\,u^2}{c_{1j}^2\,(\frac{1}{\varphi^2} - m\,\psi^2) + 2\,u\,c_{1j}\,\cos\alpha_1\,m\,\psi\,(\psi + 1) - u^2\,m\,(1 + \psi^2 + 2\,\psi)} =$$

$$= \frac{8369{,}2}{\frac{1}{\xi^2}\,(\frac{1}{\varphi^2} - m\,\psi^2) + \frac{2\,\cos\alpha_1\,m\,\psi\,(\psi + 1)}{\xi} - m\,(1 + \psi)^2}$$

- *Para m = 1:* $X = \dfrac{8369{,}2}{\frac{1}{\xi^2}\,(\frac{1}{\varphi^2} - \psi^2) + \frac{2\,\cos\alpha_1\,\psi\,(\psi + 1)}{\xi} - (1 + \psi)^2}$

- *En función de las velocidades absolutas de entrada y salida:*

$$X = \frac{u^2}{\Delta i_{ad}} = \frac{2\,g\,u^2}{\frac{c_{1j}^2}{\varphi^2} - m\,c_{2j}^2} = \frac{2\,g}{\frac{1}{\xi^2\,\varphi^2} - m\,(\frac{c_2}{u})_j^2} = \left| \Delta i_{ad}\ en\ \frac{Kcal}{kg} \right| = \frac{8369{,}2\,\xi^2}{\frac{1}{\varphi^2} - m\,(\frac{c_2}{c_1})_j^2}$$

- *Si las coronas son del mismo diámetro* y se mantiene el rendimiento en todos los escalonamientos, $\begin{cases} \text{la relación cinemática } \xi \\ \text{el salto entálpico correspondiente a cada escalón } \Delta i_{ad} \end{cases}$, son iguales en todos ellos.

Si ΔI es el salto entálpico total disponible en la turbina, y Z es el número de escalonamientos de presión, a cada uno de ellos corresponderá un salto Δi de la forma:

$$X = \frac{u^2}{\Delta i_{ad}} = \frac{u^2}{\frac{\Delta I}{Z}} = \frac{Z\,u^2}{\Delta I} \quad \Rightarrow \quad Z\,u^2 = X\,\Delta I$$

A su vez:

$$Z\,u^2 = \frac{\Delta I}{\Delta i_{ad}}\,u^2 = \frac{2g\,\Delta I}{\frac{c_1^2}{\varphi^2} - m\,c_2^2}\,u^2 = \frac{2g\,\Delta I}{\frac{1}{\xi^2\varphi^2} - m\,(\frac{c_2}{u})^2} = \frac{2g\,\Delta I}{\frac{1}{\xi^2\varphi^2} - m\,\frac{1}{\xi^2}\,(\frac{c_2}{c_1})^2} = \frac{2g_{\,x}427\,\Delta I\,\xi^2}{\frac{1}{\varphi^2} - m\,(\frac{c_2}{c_1})^2} = X\,\Delta I$$

obteniéndose una expresión idéntica a la anterior:

$$X = \frac{8369{,}2\,\xi^2}{\frac{1}{\varphi^2} - m\,(\frac{c_2}{c_1})^2}$$

que indica la constancia de X para un escalonamiento y para todos los escalonamientos.

Como ΔI está comprendido entre, 200÷300 Kcal/kg, los valores de $Z\,u^2$ correspondientes vienen recopilados en la Tabla II.2, siendo éste el campo de trabajo de este tipo de turbinas.

Tabla II.2.- Valor de Z u² según el nº de coronas

	ξ	X	Z u²
Rueda de una corona	*1/2,3 = 0,44*	*1580*	*316.000 a 475.000*
Rueda de dos coronas	*1/5 = 0,2*	*335*	*67.000 a 100.500*
Rueda de tres coronas	*1/7,5 = 0,133*	*149*	*29.800 a 44.700*
Rueda de cuatro coronas	*1/10 = 0,1*	*83*	*16.600 a 24.900*

En el cálculo de turbinas de vapor de acción, en condiciones de rendimiento máximo, el límite superior del número de Parsons es del orden de 2000. Conocido el valor de $Z\,u^2$ y dado Z, se determina u, y de aquí o bien el número de r.p.m. n conocido el diámetro de las coronas, o el diámetro de éstas conocido el número n de r.p.m.

- Cálculo del nº de escalonamientos en coronas de diámetros iguales.- Para una turbina de acción que posea Z *coronas de igual diámetro* y, por lo tanto, la misma velocidad periférica $\vec{u}$, se puede poner:

$$u^2 = X\,\Delta i_{ad\,(ij)} \quad \Rightarrow \quad Z\,u^2 = Z\,X\,\Delta i_{ad} = X\,(Z\,\Delta i_{ad}\,) = X\,\Delta I_{ad} \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{X\,\Delta I_{ad}}{u^2}$$

en la que X es el nº de Parsons correspondiente a un escalón cualquiera del grupo de coronas de igual diámetro, y ΔI_{ad} la suma de los saltos de entalpías de los Z escalonamientos de presión, con velocidad tangencial $\vec{u}$.

- Cálculo del nº de escalonamientos en coronas de diámetros distintos.- Si la turbina posee otros grupos de coronas de distinto diámetro, trabajando todas ellas con el mismo nº de Parsons:

Z_1 coronas de velocidad periférica $\vec{u}_1$, salto adiabático $\Delta_{iad(1)}$ y diámetro d_1

Z_2 coronas de velocidad periférica $\vec{u}_2$, salto adiabático $\Delta_{iad(2)}$ y diámetro d_2

.....

Z_n coronas de velocidad periférica $\vec{u}_n$, salto adiabático $\Delta_{iad(n)}$ y diámetro d_n

$$Z_1\,u_1^2 + Z_2\,u_2^2 + Z_3\,u_3^2 + ... + Z_n\,u_n^2 = Z_1\,X\,\Delta i_{ad(1)} + Z_2\,X\,\Delta i_{ad(2)} + ... + Z_n\,X\,\Delta i_{ad(n)} =$$

$$= X\,(Z_1\,\Delta i_{ad(1)} + Z_2\,\Delta i_{ad(2)} + ... + Z_n\,\Delta i_{ad(n)}\,) = X\,\Delta I$$

en la que $Z_1, Z_2,.., Z_n$, es el número de coronas de acción de diámetros $d_1, d_2,..., d_n$, y $(\,\Delta I = i_0 - i_A\,)$ el salto térmico total entre las presiones inicial p_0 y final p_1, Fig III.10.

Si resulta que existe sólo una corona de diámetro d_1, otra de diámetro d_2, etc., es decir, *una corona para cada diámetro*, los triángulos de velocidades no son iguales sino homólogos de un escalón a otro, por lo que se mantiene el rendimiento; en estas condiciones para: $Z_1 = 1, Z_2 = 1, Z_3 = 1,... Z_n = 1$, se tiene:

$$Z_1 = Z_2 = ... = Z_n = 1 \quad \Rightarrow \quad u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + ... + u_n^2 = \sum u_i^2 = X\,\Delta I$$

que se conoce como suma de los cuadrados de las velocidades circunferenciales, y es una ecuación fundamental para el cálculo del número n de escalonamientos de presión de la turbina de acción de estas características.

Haciendo: $\begin{cases} u_2 = k\,u_1 \\ u_3 = k\,u_2 = k^2\,u_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ u_n = k\,u_{n-1} = k^{n-1}\,u_1 \quad ; \quad k = (\dfrac{u_n}{u_1})^{1/(n-1)} \end{cases}$, se tiene:

$$\sum u_i^2 = u_1^2 + k^2\,u_1^2 + k^4\,u_1^2 + ... + k^{2(n-1)}u_1^2 = u_1^2\,(1 + k^2 + k^4 + ... + k^{2(n-1)}) =$$

$$= u_1^2\,\frac{k^{2(n-1)}k^2 - 1}{k^2 - 1} = u_1^2\,\frac{k^{2n} - 1}{k^2 - 1} = X\,\Delta I \quad \Rightarrow \quad \frac{(\dfrac{u_n}{u_1})^{2n/(n-1)} - 1}{(\dfrac{u_n}{u_1})^{2/(n-1)} - 1} = \frac{X\,\Delta I}{u_1^2} = Cte$$

de la que hay que despejar el número n de escalonamientos.